ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 NOVEMBRE 1930.

PRÉSIDENCE DE M. Léon LECORNU.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — *Les* Mycolithes *de la vigne en Palestine.* Note(¹) de MM. **P. Viala** et **P. Marsais**.

Nous avons observé, dans le sol sableux des vignobles du littoral de la Judée, là où les grains de sable sont le plus fins, de curieuses roches constituées par l'agglomération de ces grains, cimentés par le mycélium d'un Champignon-Ascomycète, le *Lithomyces nidulans* spc. nov.

Le nom de *Mycolithes* que nous avons créé pour ces roches est bien approprié à leur organisation. Le mycélium du Champignon englobe, dans tous les sens, les fins grains de sable, en s'insinuant entre eux et arrivant ainsi à former, suivant la nature du milieu nutritif naturel, des roches qui peuvent dépasser 1^{kg}, mais dont la plupart ont un poids moyen de 150 à 300^{g}. Ces roches mycolithiques, à surface irrégulièrement vallonnée, isolées ou parfois soudées par deux, trois ou quatre, sont situées, le plus souvent, à quelques centimètres au-dessous du niveau du sol, surtout les plus volumineuses; par contre, on note des Mycolithes isolés à des profondeurs plus ou moins grandes. Les plus gros Mycolithes ont une dureté telle qu'on ne peut les briser qu'au marteau; ils sont d'une teinte rougeâtre ou grisâtre comme le sable, zébrés, sur les coupes, de lignes ou de nodules du mycélium blanchâtre qui forment un réseau irrégulier.

Les roches mycolithiques superficielles se recouvrent, dans les parties exposées vers la surface, d'un amas mycélien condensé, sorte de sclérote.

(¹) Séance du 17 novembre 1930.

Ces amas produits par le mycélium intérieur aux Mycolithes, affectent les formes les plus variées; les plus curieuses sont celles qui émergent du sol et atteignent jusqu'à 6 à 7^{cm} de diamètre, une hauteur de 16^{cm} et un poids de plus de 100^{g}; le sommet est aplati et donne à ce sclérote l'aspect d'un gros champignon de couche. Les vignerons de la Palestine connaissent ces formations sous le nom de « Champignon de la vigne ». Ces sclérotes sont d'une dureté remarquable, aussi durs que du bois d'ébène, mais d'une faible densité.

Mycolithes et sclérotes se ramollissent rapidement dans l'eau par infiltration capillaire de celle-ci, mais non par gélification des membranes du mycélium; le gonflement est considérable, à un point tel, que dimensions et poids sont triplés. Si on les laisse sécher, ils reprennent dureté et consistance primitives.

C'est au moment où l'eau pénètre ces formations (période des rares pluies en Judée) que, dans les fissures produites, le Champignon-Ascomycète fructifie, et qu'une Anguillule (*Tylenchus Mangini* spc. nov.), enkystée dans de nombreux Mycolithes ou à la base des sclérotes, se réveille et dissocie ces formations en se nourrissant, nous semble-t-il, du mycélium du Champignon.

La soudure mycolithique des grains de sable par le *Lithomyces* est surtout fréquente contre la tige souterraine et les racines de la vigne. Elle forme, autour de celle-ci, de vrais manchons, grisâtres ou rougeâtres, qui recouvrent régulièrement tige ou racines dans les plus grandes profondeurs; le manchon cylindrique a une épaisseur variable, entre 2 et 5^{cm}.

Le développement du manchon est encore plus rapide que celui des Mycolithes qui sont, le plus souvent, insérés sur lui, formant comme d'énormes verrues. Le manchon peut arriver à recouvrir entièrement tige et racines de la vigne au bout d'un temps plus ou moins long (5 à 6 ans). La plante est asphyxiée par manque d'air, et, si les conditions sont favorables au développement, le mal s'étend aux ceps voisins; des parcelles de vignes entières, âgées d'une douzaine d'années, ont été ainsi lentement détruites sur le littoral de la région de Jaffa.

Ce curieux phénomène de pathologie si particulière est provoqué par un Champignon, le *Lithomyces nidulans* dont l'évolution biologique, surtout celle des périthèces, le classe dans une famille nouvelle des *Perisporiacées* (*Lithomycétacées*), voisine des *Érysiphacées* et des *Aspergillacées*.

Le *Lithomyces*, englobant et cimentant les grains de sable, ne s'observe que là où le sol est riche en humus et en acide phosphorique et c'est à cause

de ce fait qu'il prend un développement intense et rapide contre les tiges et racines souterraines, aux dépens des écorces feuilletées et mortes du rhytidome.

Les cultures du Champignon n'ont jamais réussi que sur milieux solides; sur milieux liquides, il pousse seulement une légère trame mycélienne, sans consistance. La lumière est défavorable aux cultures. La température optima paraît être aux environs de 30°. Ce sont là conditions qui nous paraissent défavorables à son introduction dans des pays tempérés comme la France.

Nous ne retiendrons de la morphologie de cette espèce que quelques caractères prédominants. Le mycélium, à membrane épaisse, à hyphes rigides et de directions parallèles dans les sclérotes, de 5$^{\mu}$ de diamètre, est dilaté au niveau des cloisons, et celles-ci sont criblées de minuscules canaux permettant l'intercommunication cellulaire.

Les organes de reproduction (oïdies, pycnides, périthèces) constatés au sein des Mycolithes et dans les sclérotes quand ils sont gonflés par l'eau, ont une interdépendance nettement précisée par nos cultures en milieux variés.

Les oïdies ou conidies, monocellulaires, sphériques, incolores, couronnant l'extrémité d'un seul conidiophore, ont une double membrane dont l'extérieure, sans ornements, éclate au point de germination; leur diamètre est de 15$^{\mu}$, elles prédominent au début de toutes les cultures.

Les pycnides et les périthèces ont un caractère commun, que l'on ne retrouve dans aucune autre famille du groupe des Pyrénomycètes. La membrane de ces conceptacles comprend plusieurs rangs de cellules concentriques, mais à teinte très claire, tranchant beaucoup sur le contenu formé par les spores serrées et d'un noir intense, dont la masse occupe au centre, du cinquième aux trois quarts de l'épaisseur totale et parfois seulement un vingtième, le tout formant comme un nid, dont les spores noires seraient les œufs.

Les pycnides, souvent sphériques, quelquefois munies d'un col, mesurent de 180 à 350$^{\mu}$; elles sont pourvues d'une ostiole par où sortent les stylospores qui naissent sur des stérigmates tapissant toute la cavité. Elles sont unicellulaires, d'une nuance brun fuligineux intense, entourées d'une membrane peu épaisse avec une grosse vacuole centrale. Leur contour est olivoïde, un peu réniforme; elles mesurent 6$^{\mu}$,5 de large sur 10$^{\mu}$ de long.

La formation des pycnides est favorisée par un milieu alcalin; par contre un milieu acide lui est très défavorable et détermine au contraire la production intense des périthèces.

Ceux-ci ont la forme générale des pycnides et les mêmes dimensions. Ils s'en distinguent par une couronne de longs poils ou fulcres insérés sur le col peu proéminent.

Le caractère principal de ces périthèces réside surtout dans la formation centrifuge des asques et dans l'extrême fugacité de leur membrane qui persiste à peine quelques heures, et laisse les ascospores libres au centre du conceptacle. Cette évolution est si rapide qu'il est fort difficile de déceler la nature ascogène de ces spores. Les ascospores sont fortement comprimées les unes contre les autres dans le périthèce mûr et groupées en zones superposées, plus ou moins concentriques. Incolores pendant quelques instants, on les voit dans l'asque sous forme de huit petites cellules sphériques qui grossissent rapidement et prennent presque aussitôt leur forme définitive et leur teinte noire intense pendant que disparaît la membrane de l'asque. L'ascospore est semblable à un citron fortement renflé à son équateur, brusquement rétréci et apiculé à ses deux pôles; une grosse vacuole, très réfringente, occupe son centre. L'ascospore mesure 20^{μ} de long sur 14^{μ} de diamètre à l'équateur, elle est pourvue d'une double membrane et sa germination, assez difficile à réaliser, est normale par émission d'un filament mycélien.

La pathogénie des « Mycolithes » est aussi particulière que celle de la « Phthiriose », étudiée dans les mêmes milieux et régions de la Judée par M. L. Mangin et l'un de nous (¹); celle-ci diffère essentiellement des Mycolithes par ses causes et ses caractères.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un procédé de sommation des séries trigonométriques.* Note (²) de M. Serge Bernstein.

Soit

$$S_m(x) = a_0 + \sum_{1}^{m} a_k \cos kx + b_k \sin kx \tag{1}$$

une série limitée de Fourier correspondant à la fonction $f(x)$, où $|f(x)| < L$ est intégrable dans l'intervalle $(0, 2\pi)$. Soit x un point de continuité

(¹) L. Mangin et P. Viala, *Comptes rendus*, **136**, 1903, p. 397 et 1699; **137**, 1903, p. 139; **138**, 1904, p. 529, et la *Phthiriose de la vigne*, 1903, Mémoire de 112 pages avec 5 planches et 55 figures (Bureaux de la *Revue de Viticulture*, Paris).

(²) Séance du 27 octobre 1930.

de $f(x)$. Je dis que

$$(2)\qquad f(x)=\lim_{m=\infty}\frac{1}{2}\left[S_m(x)+S_m\left(x+\frac{2\pi}{2m+1}\right)\right].$$

En tenant compte de la continuité et des propriétés bien connues des polynomes trigonométriques, il est aisé de déduire de là le résultat plus général (¹) que

$$(3)\qquad f(x)=\lim_{m=\infty}\frac{1}{2}\left\{S_m(x+\alpha_m)+S_m\left[x+\alpha_m+\frac{2\pi(1+\varepsilon_m)}{2m+1}\right]\right\},$$

où

$$\lim_{m=\infty}\alpha_m=\lim_{m=\infty}\varepsilon_m\log m=0.$$

Pour démontrer (2) il suffit de remarquer que

$$(4)\qquad \frac{1}{2}\left[S_m(x)+S_m\left(x+\frac{2\pi}{2m+1}\right)\right]$$
$$=\frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi}f(\alpha)\left[\frac{\sin\frac{2m+1}{2}(\alpha-x)}{\sin\frac{\alpha-x}{2}}-\frac{\sin\frac{2m+1}{2}(\alpha-x)}{\sin\left(\frac{\alpha-x}{2}-\frac{\pi}{2m+1}\right)}\right]d\alpha.$$

Or

$$(5)\qquad I_m=\int_0^{2\pi}\left|\frac{\sin\frac{2m+1}{2}\theta}{\sin\frac{\theta}{2}}-\frac{\sin\frac{2m+1}{2}\theta}{\sin\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{2m+1}\right)}\right|d\theta$$
$$=\int_0^{\frac{2\pi}{2m+1}}\left[\frac{\sin\frac{2m+1}{2}\theta}{\sin\frac{\theta}{2}}+\frac{\sin\frac{2m+1}{2}\theta}{\sin\left(\frac{\pi}{2m+1}-\frac{\theta}{2}\right)}\right]d\theta$$
$$+2\int_{\frac{2\pi}{2m+1}}^{\frac{2(m+1)\pi}{2m+1}}\left|\frac{\sin\frac{2m+1}{2}\theta}{\sin\frac{\theta}{2}}-\frac{\sin\frac{2m+1}{2}\theta}{\sin\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\pi}{2m+1}\right)}\right|d\theta$$
$$=\int_0^{\frac{2\pi}{2m+1}}\left[\frac{4\sin\frac{2m+1}{2}\theta}{\sin\frac{\theta}{2}}-\frac{\sin\frac{2m+1}{2}\theta}{2\sin\left(\frac{\theta}{2}+\frac{m\pi}{2m+1}\right)}\right]d\theta$$
$$=8\int_0^{\pi}\frac{\sin z}{z}\,dz-\frac{4}{m}+O\left(\frac{1}{m^2}\right),$$

(¹) Voir le travail de M. W. Rogosinski, *Ueber die Abschnitte trigonometrischer Reihen* (*Mathematische Annalen*, 95, 1925, p. 110-134).

de sorte que

$$\lim I_m = 8\int_0^{\pi} \frac{\sin z}{z}\, dz = 4\,A$$

et

(6) $$I_m < 4\,A$$

pour $m \geqq 0$; donc

(7) $$\frac{1}{2}\left| S_m(x) + S_m\left(x + \frac{2\pi}{2m+1}\right)\right| < \frac{A}{\pi} L < \frac{4}{3} L.$$

L'inégalité (6) conduit, dans le cas où $f(x)$ est continue de 0 à 2π et $f(0) = f(2\pi)$, à un résultat analogue à un théorème classique de M. Lebesgue. Soit, en effet, $P_m(x)$ le polynome trigonométrique d'approximation d'ordre m de la fonction $f(x)$, et soit $E_m[f(x)]$ sa meilleure approximation. Posons ensuite

(8) $$R_m[f(x)] = \max.\frac{1}{2}\left|\left[f(x) + f\left(x + \frac{2\pi}{2m+1}\right)\right] - \left[S_m(x) + S_m\left(x + \frac{2\pi}{2m+1}\right)\right]\right|;$$

en appliquant (4) à $f(x) - P_m(x)$, en tenant compte de (7), on voit immédiatement que

$$\frac{1}{2}\left|\left[S_m(x) + S_m\left(x + \frac{2\pi}{2m+1}\right)\right] - \left[P_m(x) + P_m\left(x + \frac{2\pi}{2m+1}\right)\right]\right| < \frac{A}{\pi} E_m[f(x)],$$

d'où

(9) $$R_m[f(x)] < \left(\frac{A}{\pi} + 1\right) E_m[f(x)] < \frac{7}{3} E_m[f(x)].$$

Ainsi, il résulte de (9) que

(10) $$\left| f(x) - \frac{1}{2}\left[S_m(x) + S_m\left(x + \frac{2\pi}{2m+1}\right)\right]\right| < \left[\frac{A}{\pi} + 1\right] E_m[f(x)] + \frac{1}{2}\omega\left(\frac{2\pi}{2m+1}\right),$$

où $\omega(\delta)$ désigne l'oscillation maxima de $f(x)$ dans un intervalle de grandeur δ.

Observons que l'inégalité (9) fournit un nouveau procédé pour établir l'ordre exact de la meilleure approximation de $|x|$, car on a

$$R_{2n}|\cos x| = \max.\frac{2}{\pi}\left|\sum_{n+1}^{\infty}(-1)^k \frac{\cos 2kx + \cos 2k\left(x + \frac{2\pi}{4n+1}\right)}{4k^2 - 1}\right| \geqq \frac{1}{2n\pi}\int_1^{\infty}\frac{1 + \cos\pi z}{z^2}\, dz > \frac{1}{4n\pi}.$$

En général, pour que l'approximation $I_m[f(x)]$ fournie par la suite limitée $S_m(x)$ de Fourier soit du même ordre que la meilleure approximation $E_m[f(x)]$, il suffit qu'il existe au moins une paire de points x_m, y_m à distance $\frac{2\pi}{2m+1}$, tels que

$$\lim \frac{f(x_m) - S_m(x_m)}{S_m(y_m) - f(y_m)} \geq 1 \quad \text{et} \quad |f(x_m) - S_m(x_m)| > K I_m[f(x)],$$

K étant un nombre positif fixe, car dans ces conditions $I_m f(x) = O[R_m f(x)]$.

Remarquons encore que, d'après (7), si $M = \max S_m(x)$, $\overline{M} = \min S_m)x)$, on a pour toute fonction bornée et intégrable

$$|M + \overline{M}| < \frac{2A}{\pi} L;$$

donc si la série de Fourier n'est pas bornée, $M \sim -\overline{M}$, et ces valeurs asymptotiques sont simultanément atteintes en des couples de points de distance $\frac{\pi}{m}$.

M. H. **Lecomte** fait hommage à l'Académie du fascicule 5, tome quatrième, de la *Flore générale de l'Indochine* publiée sous sa direction : *Orobanchacées* (fin), par Fr. Pellegrin; *Lentibulariacées*, *Gesneracées*, par Fr. Pellegrin; *Bignoniacées*, par Paul Dop; *Pédalinacées*, par F. Gagnepain.

M. **d'Ocagne** fait hommage à l'Académie des *Leçons de géométrie pure infinitésimale* du professeur Abramescu, de l'Université roumaine de Cluj, dont il a lui-même écrit la préface, cours largement inspiré de celui que M. d'Ocagne professe à l'École Polytechnique, ainsi que l'auteur le déclare dans son Introduction.

ÉLECTIONS.

M. **L. de Launay** est élu, par 51 suffrages, Vice-Président pour la fin de de l'année 1930.

Il y a 3 bulletins blancs.

M. **Edmond Sergent** est élu Correspondant pour la Section d'économie rurale en remplacement de M. Trabut décédé, par 44 suffrages contre 6 à M. *Henri Lagatu* et 1 à M. *Émile Terroine*.

CORRESPONDANCE.

M. **Charles Porcher**, élu Correspondant pour la Section d'économie rurale, adresse des remercîments à l'Académie.

M. **Louis Gérard** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section de géométrie par le décès de M. *P. Appell*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Topology*, by Solomon Lefschetz.

2° *Encyclopédie économique de Sylviculture*. IV. *Dictionnaire de Sylviculture*, par A. Bruttini. (Présenté par M. P. Dangeard.)

3° R. de Montessus de Ballore. *Probabilités et statistiques*. Préface de M. Alliaume. (Présenté par M. E. Fichot.)

4° Georges Déjardin. *Les Quanta*. (Présenté par M. Ch. Fabry.)

5° *Emploi de la photographie aérienne aux levers topographiques à grande échelle*, par H. Roussilhe (texte et planches). (Présenté par M. G. Perrier.)

ALGÈBRE. — *Détermination des groupes de ramification d'un corps à partir de ceux d'un sur-corps*. Note (1) de M. **J. Herbrand**, présentée par M. Hadamard.

Soient k un corps de nombres algébriques, K un sur-corps galoisien, G son groupe de Galois par rapport à k. Soient $\mathfrak{P}$ un idéal premier de K, G_0 son groupe de décomposition, G_1 son groupe d'inertie, G_i son $(i-1)^{\text{ème}}$ groupe de ramification, de telle manière que, pour $i>0$, G_i est composé de toutes les substitutions σ de G pour lesquelles $\sigma A \equiv A \pmod{\mathfrak{P}^i}$ pour tout nombre A de K, entier et premier à $\mathfrak{P}^{\frac{1}{2}}$. Appelons N_i l'ordre de G_i.

Soient $\overline{K}$ un sous-corps de K, sur-corps de k; g le groupe qui lui corres-

(1) Séance du 17 novembre 1930.

pond dans G. g est le groupe de Galois de K par rapport à $\overline{\mathrm{K}}$. Soit g_i le groupe commun à g et à G_i, et soit n_i son ordre.

Il résulte sans peine de la définition même de ces groupes, que g_0 est le groupe de décomposition de $\mathfrak{P}$ dans $\overline{\mathrm{K}}$, que g_1 est son groupe d'inertie, et g_i son $(i-1)^{\text{ème}}$ groupe de ramification.

Supposons $\overline{\mathrm{K}}$ galoisien par rapport à k. Soit γ le groupe quotient de G par g (qui est alors invariant dans G); γ est le groupe de Galois de K par rapport à k. Soient Γ_i le plus petit sous-groupe de G comprenant à la fois g et G_i à son intérieur, γ'_i le groupe quotient de Γ_i par g, μ'_i son ordre $\frac{1}{2}$. On peut évidemment considérer γ'_i comme un sous-groupe de γ; et l'on a la relation

$$\mu'_i = \frac{N_i}{n_i}.$$

Soient enfin $\overline{\mathfrak{P}}$ l'idéal premier de $\overline{\mathrm{K}}$ qui est divisible par $\mathfrak{P}$, γ_0 son groupe de décomposition, γ_1 son groupe d'inertie, γ_i son $(i-1)^{\text{ème}}$ groupe de ramification. Soit μ_i l'ordre de γ_i.

Il résulte sans peine des propriétés même de ces nombres que

$$\mu_0 = \mu'_0, \quad \mu_1 = \mu'_1, \quad \mu_2 = \mu'_2;$$

on en déduit aisément

$$\gamma_0 = \gamma'_0, \quad \gamma_1 = \gamma'_1, \quad \gamma_2 = \gamma'_2.$$

Nous nous proposons de déterminer d'une manière générale les γ_i.

Cette détermination résulte du théorème suivant :

Théorème. — *On peut diviser la suites des nombres* $n_2, n_3, n_4, \ldots$ *en segments de somme* n_1; *autrement dit, on peut déterminer une suite croissante d'indices* $2 < i_1 < i_2 < \ldots$ *telle que*

$$\begin{array}{l} n_2 + n_3 \quad + \ldots + n_{i_1 - 1} \quad = n_1 \\ n_{i_1} + n_{i_1+1} + \ldots + n_{i_2-1} \quad = n_1 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ n_{i_k} + n_{i_k+1} + \ldots + n_{i_{k+1}-1} = n_1 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}$$

et l'on a alors

$$\begin{array}{l} \gamma'_2 = \gamma'_3 \quad = \ldots = \gamma'_{i_1-1} \quad = \gamma_2 . \\ \gamma'_{i_1} = \gamma'_{i_1+1} = \ldots = \gamma'_{i_2+1} \quad = \gamma_3 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \gamma'_{i_k} = \gamma'_{i_k+1} = \ldots = \gamma'_{i_{k+1}+1} = \gamma_{k+2} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{array}$$

Ce théorème permet de déterminer les γ_i, et peut fournir de plus des renseignements sur les ordres des différents groupes de ramification de K, quand on l'applique aux différents sous-corps (¹). Sa démonstration repose sur un théorème de Hilbert sur les « éléments » d'un corps relatif (²).

Conséquences. — 1. *S'il y a un groupe d'ordre n invariant dans* $G_i (i > 0)$ *et n'ayant aucun élément commun avec* G_{i+1}, *on a*

$$G_{i+1} = G_{i+2} = \ldots = G_{i+n}$$
$$G_{i+n+1} = G_{i+n+2} = \ldots = G_{i+2n}$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Il suffit pour le voir d'appliquer le théorème ci-dessus, en remplaçant le groupe g par ce groupe d'ordre n. On généralise aisément au cas où ce groupe aurait des éléments communs avec G_{i+1}.

2. En particulier ce résultat est applicable quand le groupe d'inertie est abélien d'ordre ep^m, le premier groupe de ramification étant d'ordre p^m; car on sait qu'alors e est premier à p et le groupe d'inertie contient un sous-groupe cyclique d'ordre e n'ayant aucun élément commun avec ce groupe de ramification. On en déduit que, *si l'on appelle* v_i (*pour* $i > 0$) *le nombre de groupes de la suite* $G_1, G_2, \ldots, G_k, \ldots$, *qui coïncident avec* G_i, *tous les* v_i *sont congrus entre eux (mod* e*)*; c'est là un cas particulier de résultats que Hasse a obtenu par de toutes autres méthodes (³).

3. Dans le Mémoire où il obtient ces résultats, Hasse a résolu la question de la détermination des groupes de ramification dans le cas où le corps k est identique au corps K_i et le corps $\overline{K}$ au corps K_{i-1}, en appelant K_j le sous-corps de K correspondant au groupe G_j [$(j-1)^{\text{ième}}$ corps de ramification (⁴)]. Ses résultats se déduisent immédiatement du théorème énoncé ci-dessus.

La démonstration de ces résultats avec quelques autres conséquences sera publiée ultérieurement.

(¹) Dans le cas particulier ou g est abélien les résultats de Hasse montrent que dans un même segment, les n_i sont égaux [voir Hasse, *Führer, Discriminante und Verzweigungskörper relativ Abelscher Zahlkörper* [*Journal für die reine und angew Math.*, 162, 1930, p. 171, théorème (V)].

(²) Sur le théorème 40 de sa « Théorie des corps de nombres algébriques ».

(³) *Loc. cit.*, théorème (V).

(⁴) *Loc. cit.*, théorèmes (T') et (V'₁).

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la loi forte des grands nombres.* Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Émile Borel.

M. Cantelli a démontré en 1917 que, si une série d'expériences indépendantes les unes des autres donnent à un événement A une même probabilité α, il y avait une probabilité égale à l'unité pour que les valeurs successives $\beta_1, \ldots, \beta_n, \ldots$ de la fréquence de A forment une suite tendant vers α. Mais l'on n'a pas jusqu'ici précisé la manière dont la différence $\beta_n - \alpha$ tend vers zéro.

On sait seulement, si l'on considère une valeur de n indépendamment des autres, et si l'on pose

$$\beta_n - \alpha = c_n \sqrt{\frac{\alpha(1-\alpha)}{n}},$$

que les valeurs de c_n dépendent d'une loi de probabilité qui tend, pour n infini, vers la loi de Gauss; les grandes valeurs de c_n sont donc infiniment peu probables. Cela n'empêche pas qu'elles seront réalisées, d'après la loi même des grands nombres, si l'on poursuit indéfiniment les expériences. Si l'on fixe son attention sur les grandes valeurs de $\beta_n - \alpha$, elles seront donc comparables à $\varphi(n)\sqrt{\frac{\alpha(1-\alpha)}{n}}$, $\varphi(n)$ étant une fonction indéfiniment croissante, qu'il s'agit de préciser.

M. Borel a posé le problème dès 1909 ([1]), marquant par là implicitement la différence entre la loi classique des grands nombres et le théorème de M. Cantelli. Mais il n'a traité que le cas où les c_n sont indépendants, c'est-à-dire que $\beta_1, \beta_2, \ldots$ sont des fréquences relatives à $1, 2, \ldots$ coups de différentes séries d'expériences; il a montré dans ce cas que $\varphi(n)$ est d'un type de croissance compris entre ceux de $\log n$ et $\sqrt{\log n}$. Or, au point de vue qui nous occupe, on voit aisément que la non-indépendance des β_n n'apporte aucun changement essentiel à l'étude de la probabilité que l'on ait une infinité de fois $\varphi(n) > \log n$; M. Borel ayant trouvé qu'elle est nulle, cela est vrai aussi pour notre problème. Il n'est peut-être pas sans intérêt de noter que cette simple remarque, complétant le résultat de M. Borel, aurait donné dès 1909 la démonstration de la loi forte des grands nombres.

([1]) *Rendiconti del circolo matematico di Palermo*, **28**, 1909, p. 258-260. Voir aussi E. Borel, *Traité du Calcul des Probabilités et de ses Applications*, II, fasc. 1, 1926, p. 31-34.

Mais cela ne donne pas l'ordre de grandeur véritable de $\varphi(n)$, la limite inférieure $\sqrt{\log n}$ donnée par M. Borel n'étant pas valable à notre point de vue.

L'objet de cette Note est d'indiquer le résultat suivant : $\varphi(n)$ est de l'ordre de grandeur de $\sqrt{2 \log \log n}$.

En termes précis, ε étant un nombre positif arbitrairement petit, mais fixe, il y a une probabilité égale à l'unité pour que $|\beta_n - \alpha|$ soit une infinité de fois supérieur à

$$(1) \qquad (1-\varepsilon)\sqrt{\frac{2\alpha(1-\alpha)\log\log n}{n}},$$

mais soit pour tout n assez grand inférieur à

$$(2) \qquad (1+\varepsilon)\sqrt{\frac{2\alpha(1-\alpha)\log\log n}{n}}.$$

On peut d'ailleurs étendre ce résultat au cas où la probabilité varie d'une expérience à l'autre. Il n'y a qu'à remplacer, dans $\beta_n - \alpha$, α par la moyenne des valeurs $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$, et de même, dans les expressions (1) et (2), $\alpha(1-\alpha)$ par la moyenne des valeurs $\alpha_1(1-\alpha_1), \ldots, \alpha_n(1-\alpha_n)$. A condition que les valeurs très petites de $\alpha(1-\alpha)$ soient exclues, ou du moins suffisamment rares, le résultat énoncé reste exact.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'équation $\Delta u = 0$.* Note (¹) de M. Gr. C. Moisil.

Considérons les ensembles de matrices :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_0 \\ \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{pmatrix}, \qquad \gamma = \begin{pmatrix} \gamma_0 \\ \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \gamma_3 \end{pmatrix} \qquad \text{et} \qquad \bar\gamma = \begin{pmatrix} \bar\gamma_0 \\ \bar\gamma_1 \\ \bar\gamma_2 \\ \bar\gamma_3 \end{pmatrix}.$$

$$(1) \qquad \left\{ \begin{aligned} &\sigma_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ &\sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \right.$$

(¹) Séance du 20 octobre 1930.

où

$$
(2)\qquad
\left\{
\begin{aligned}
\gamma_0 &= \begin{Bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}, \qquad
\gamma_1 = \begin{Bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{Bmatrix},\\
\gamma_2 &= \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{Bmatrix}, \qquad
\gamma_3 = \begin{Bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{Bmatrix}.
\end{aligned}
\right.
$$

$$
(3)\qquad \overline{\gamma}_i\gamma_i = 1.
$$

un ensemble de quatre fonctions $u = \begin{Bmatrix} u_0 \\ u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix}$ et l'opérateur

$$
(4)\qquad \mathrm{F} = \gamma_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + \gamma_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + \gamma_3 \frac{\partial}{\partial x_3}.
$$

Le système d'équations

$$
(5)\qquad
\left\{
\begin{aligned}
&\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = 0,\\
&\frac{\partial u_0}{\partial x_1} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial x_3} = 0,\\
&\frac{\partial u_0}{\partial x_2} + \frac{\partial u_1}{\partial x_3} - \frac{\partial u_3}{\partial x_1} = 0,\\
&\frac{\partial u_0}{\partial x_3} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} - \frac{\partial u_1}{\partial x_2} = 0,
\end{aligned}
\right.
$$

qu'on peut écrire (¹)

$$
(6)\qquad \mathrm{F}u = 0,
$$

est une linéarisation (au sens de M. Dirac) de l'équation de Laplace à trois variables, car si

$$
(7)\qquad \overline{\mathrm{F}} = \overline{\gamma}_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + \overline{\gamma}_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + \overline{\gamma}_3 \frac{\partial}{\partial x_3},
$$

(¹) Nous employons les notations

$$
(u\gamma) = \sum_i u_i\gamma_i,
$$

$$
\alpha . v = \begin{Bmatrix} \alpha_{11} & \dots & \alpha_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \alpha_{p1} & \dots & \alpha_{pn} \end{Bmatrix} . \begin{Bmatrix} v_1 \\ \dots \\ v_p \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \alpha_{11} v_1 + \dots + \alpha_{p1} v_p \\ \dots\dots\dots\dots \\ \alpha_{1n} v_1 + \dots + \alpha_{pn} v_p \end{Bmatrix}.
$$

alors

$$\bar{F} F u = \Delta u. \tag{8}$$

Le système (5) est une extension des équations de Cauchy pour les fonctions monogènes ([1]). En effet si l'on cherche les ensembles de fonctions u tels que

$$\iint_S (u\sigma)\vec{n}\, d\omega = 0 \tag{9}$$

pour toutes les surfaces fermées S à l'intérieur desquelles u_i sont uniformes continues et dérivables, puisque

$$\iint_S (u\sigma)\vec{n}\, d\omega = \iiint F u\, d\tau, \tag{10}$$

on conclut que u satisfait à l'équation (6). L'opération Fu généralise la dérivation aréolaire de M. Pompeiu ([2]).

On peut établir la formule

$$\iint (u\lambda)(v\sigma)\vec{n}\, d\omega = \iiint [(u\lambda) F v + (v\bar{\gamma}) F u]\, d\tau, \tag{11}$$

où $v_0 = 0$ et $\lambda_i = \gamma_0 \bar{\gamma}_i$, $\lambda_0 = 1$.

Si u est intégrale de (6) on obtient la généralisation de la formule de Cauchy

$$u_M = \frac{1}{4\pi} \iint_S (u_P \lambda) \left(\frac{\overrightarrow{MP}}{\overline{MP}^3} \sigma \right) \vec{n}_P\, d\omega_P. \tag{12}$$

Pour u quelconque on obtient

$$u_M = \frac{1}{4\pi} \iint_S (u_P \lambda) \left(\frac{\overrightarrow{MP}}{\overline{MP}^3} \sigma \right) \vec{n}_P\, d\omega_P - \frac{1}{4\pi} \iiint \left(\frac{\overrightarrow{MP}}{\overline{MP}^3} \bar{\gamma} \right) F u\, d\tau, \tag{13}$$

généralisation de la formule de M. Pompeiu.

Ces propriétés peuvent être étendues à d'autres systèmes qui réalisent la linéarisation de l'équation de Laplace ou de l'équation des ondes.

---

(1) Pour $u_0 = 0$ voir D. Iwanenko et K. Nicolsky, *Ueber den Zusammenhang zwischen den Cauchy-Riemannschen und Diracshen Differentialgleichungen*, dans *Zeitschrift für Physik*, 63, 1930, p. 129.

(2) Voir les Mémoires publiés dans les *Rendiconti del Circolo mat. di Palermo*, 33, 1912, p. 108, 112, et 35, 1913, p. 277.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la convergence des séries de fractions rationnelles itérées.* Note de M. **Gaston Julia**.

1. On considère la série (1) $\sum_{0}^{\infty} a_n R_n(Z)$, $R_n(Z)$ est l'itérée d'ordre n de la fraction rationnelle $R(Z)$, et l'on étudie sa convergence dans le domaine des points doubles attractifs ou indifférents de $[Z|R(Z)]$. Le multiplicateur des points attractifs est un nombre complexe de module < 1 qui peut être nul. Nous ne considérons ici que des points doubles indifférents de multiplicateur égal à $+1$.

On associe à l'étude de (1), celle de (2) $\sum_{0}^{\infty} a_n z^n$ et (3) $\sum_{0}^{\infty} a_n z^{p^n}$, où p est un entier positif. On désigne par ρ et ρ_p les rayons de convergence de (2) et (3). On montre que $\rho_p < 1$ entraîne $\rho_q = 0$ pour $q < p$ et $\rho = 0$. Au contraire $\rho_p > 1$ entraîne $\rho_q = \infty$ pour $q < p$ et $\rho = \infty$.

Si ρ est fini et $\neq 0$, on a $\rho_p = +1$ pour tout entier $p > 0$.

Si $\rho < 1$ la série $\Sigma a_n n^\nu$ diverge quel que soit ν. Si $\rho > 1$ cette série converge pour tout ν.

Les démonstrations et le développement de cette Note paraîtront prochainement dans un autre Recueil.

2. Ces préliminaires permettent de dresser un tableau précis de la convergence de (1).

A. $\rho_p = \rho = 0$. La série (1) ne converge dans le domaine d'aucun point attractif ou indifférent.

B. $0 < \rho_p \leq 1$, $\rho = 0$. (1) converge [1] dans tout ou partie du domaine Δ_0 où les R_n tendent vers l'origine, lorsque *l'origine est un point attractif à multiplicateur nul* pour lequel $R(0) = R'(0) = \ldots = R^{(p-1)}(0) = 0$, avec une dérivée d'ordre p, $R^{(p)}(0) \neq 0$: elle converge dans la partie de Δ_0 définie par $|F_1| < \rho_p$, F_1 fonction de Böttcher relative à l'origine (dans la totalité de Δ_0 si $\rho_p = 1$); elle diverge dans le domaine des autres points attractifs ou indifférents.

C. $\rho_p = 1$, $0 < \rho < 1$. La série (1) *converge dans le domaine Δ_0 de l'origine* lorsque cette origine est point *attractif à multiplicateur s_0 nul ou au plus*

---

(1) La convergence est uniforme dans tout domaine intérieur au domaine de convergence. Cette remarque est valable pour toute la suite.

égal en module à ρ de manière que $\sum_0^\infty a_n s_0^n$ soit convergente. Elle diverge dans le domaine des autres points attractifs ou indifférents.

D. $\rho_p = \rho = 1$. Ce cas se subdivise :

a. $\Sigma a_n n^\nu$ *converge pour* $\nu < \nu_0$ *avec* $-1 < \nu_0 < 0$, *diverge pour* $\nu > \nu_0$. Alors (1) converge dans le domaine Δ_0 de l'origine : 1° lorsque l'origine est point *attractif;* 2° lorsque l'origine est point *indifférent pour lequel*

$$R'(0) = -1, \qquad R''(0) = R'''(0) = \ldots = R^p(0) = 0, \qquad R^{p-1}(0) \neq 0,$$

à condition que $\nu_0 > -\frac{1}{p}$ (1). Elle diverge dans le domaine des autres points attractifs ou indifférents.

b. $\Sigma a_n n^\nu$ *converge pour* $\nu \leqq \nu_0$ *avec* $\nu_0 = 0$, *diverge pour* $\nu > \nu_0$. La série (1) *converge dans le domaine de tout point attractif ou indifférent à distance finie.* Elle diverge dans le domaine de l'∞, que ce point soit attractif ou indifférent.

c. $\Sigma a_n n^\nu$ converge pour $\nu \leqq \nu_0$ ($\nu_0 > 0$), diverge pour $\nu > \nu_0$. La série (1) converge dans le domaine de *tout point attractif ou indifférent à distance finie*. Elle converge dans le domaine Δ_∞ de l'∞ lorsque, autour de l'∞ supposé point indifférent, le développement de Laurent de R est de la forme

$$R(Z) = Z + \frac{r_{p-1}}{Z^{p-1}} + \frac{r_p}{Z^p} + \ldots$$

(avec $r_{p-1} \neq 0$ et $p \geqq 1$), *l'entier p satisfaisant à* $1 \leqq p\nu_0$. Elle diverge dans Δ_∞ si l'∞ est point attractif.

E. $\rho_p = +1$, $1 < \rho < +\infty$. La série (1) converge dans le domaine de *tout point attractif ou indifférent à distance finie.* Elle converge dans le domaine Δ_∞ de l'∞, si ce point est *indifférent*, ou *attractif avec un multiplicateur* s_∞ *de module* $|s_\infty| \geqq \frac{1}{\rho}$ *de façon que* $\sum \frac{a_n}{s_\infty^n}$ *converge.* Elle diverge dans Δ_∞ si l'∞ est à multiplicateur nul ou $< \frac{1}{\rho}$ en module.

F. $\rho_p > 1$, $\rho = +\infty$. La série (1) converge dans le domaine de tout point *attractif ou indifférent à distance finie.* Elle converge dans tout Δ_∞ *si l'∞ est indifférent, ou attractif avec un multiplicateur* $s_\infty \neq 0$. Elle converge dans une *partie de* Δ_∞ *définie par* $|F_2| > \frac{1}{\rho_p}$ *lorsque l'∞ est attractif à multiplicateur*

---

(1) Lorsque $\nu = \nu_0$ fait converger $\Sigma a_n n^\nu$, on peut admettre $\nu_0 p \geqq -1$ et, lorsque $p = 1$, on peut admettre $\nu_0 = -1$.

nul, F_2 étant sa fonction de Böttcher, R étant, autour de l'∞, de la forme $R = Z^p\left[A_p + \frac{A_{p+1}}{Z} + \ldots\right]$, p entier ≥ 2, le crochet étant holomorphe autour de l'∞ et $\neq 0$ pour $Z = \infty$.

G. $\rho_p = \rho = \infty$. La série (1) est convergente dans le domaine de *tout point attractif ou indifférent.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une classe étendue de fractions continues algébriques et sur les polynomes de Tchebycheff correspondants.* Note [1] de M. **Jacques Chokhate**, transmise par M. Appell.

On sait que les polynomes orthogonaux classiques (de Legendre, Jacobi, Hermite, Laguerre) satisfont à une équation différentielle

$$(1) \qquad Ay'' + By' + Cy = 0 \qquad (A, B \text{ et } C, \text{ polynomes en } x).$$

Nous allons donner un critère assez général permettant d'étendre cette propriété importante sur une infinité de systèmes de polygones orthogonaux.

Envisageons un système $\Phi_n(x) = x^n + \ldots$ $(n = 0, 1, \ldots)$ de polynomes orthogonaux de Tchebycheff correspondant à un intervalle (a, b) et à une fonction caractéristique $p(x)$. On a

$$(2) \quad p(x) \geq 0 \text{ dans } (a, b); \quad \alpha_n = \int_a^b p(x) x^n dx \text{ existe} \quad (n = 0, 1, \ldots; \alpha_0 > 0).$$

$$(3) \quad \begin{cases} F(x) = \int_a^b \frac{p(y)\,dy}{x - y} = \frac{\lambda_1|}{|x - c_1} - \ldots = \frac{\Omega_n(x)}{\Phi_n(x)} + \frac{R_n(x)}{\Phi_n(x)}, \\ \Omega_n - \text{polynome du degré } n - 1, \quad R_n = \frac{\alpha'}{x^{n+1}} + \ldots; \quad (\alpha' \neq 0). \end{cases}$$

Supposons que $p(x)$, satisfaisant aux conditions (2), soit de la forme

$$(4) \qquad p(x) = e^{Q(x)} \prod_{i=1}^{s} (x - a_i)^{A_i} \qquad (A_i > -1, a_i = \text{const.}),$$

$Q(x)$ étant un polynome du degré $q (\geq 0)$; s, entier positif ou zéro.

Désignons par ε', ε $(= 0, 1, 2)$ le nombre des extrémités de l'intervalle en question, *à distance finie*, qu'on trouve respectivement parmi les nombres a et b, et parmi les a_i $(i = 1, 2, \ldots, s)$. Soit d'ailleurs $\theta (\geq -1)$ le degré en x

(1) Séance du 20 octobre 1930.

de la fonction rationnelle

$$(5)\qquad T(x) = Q(x) + \sum_{i=1}^{s} \frac{A_i}{x - a_i} + \frac{p'(x)}{p(x)}.$$

En introduisant le polynome

$$S(x) = (x-a)^{\varepsilon_1}(x-b)^{\varepsilon_2}\prod_{i=1}^{s}(x - a_i)$$

($\varepsilon_{1,2} = 0, 1$, selon que a ou b, supposé fini, se trouve ou non parmi les a_i) du degré $= s + \varepsilon' - \varepsilon$, on peut écrire :

$$F(x) = \frac{1}{S(x)}\left[\int_a^b \frac{S(x) - S(y)}{x - y} p(y)\,dy + \int_a^b \frac{S(y)p(y)\,dy}{x - y}\right].$$

Formons $F'(x)$, intégrons par parties et utilisons (4). On trouve

$$(6)\qquad F'(x) = F(x)T(x) + R(x) \qquad (R, \text{ fonction rationnelle}).$$

Il suffit maintenant de suivre la marche indiquée par Laguerre (*Œuvres*, Paris, 1, 1898, p. 322-324) pour arriver au théorème suivant :

THÉORÈME. — *$p(x)$ étant de la forme (4), $\Phi_n(x)$ et $R_n(x)/p(x)$ sont solutions de l'équation différentielle*

$$V_n S y'' + [V_n S' - S V'_n + T V_n S] y' + C_n y = 0.$$

Ici

$$V_n(x) = S\Phi_n^2\left[\frac{R_n}{\Phi_n}T - \left(\frac{R_n}{\Phi_n}\right)'\right]$$

et $C_n(x)$ sont des polynomes en x de degrés $v = s + \varepsilon' - \varepsilon + \theta - 1$ et $2v$ respectivement. L'équation différentielle adjointe a pour solutions $\Phi_n p/V_n^2$ et R_n/V_n^2.

Les coefficients de $V_n(x)$ et $C_n(x)$ s'expriment à l'aide des moments de $p(x)$.

Parmi les applications les plus intéressantes, citons les polynomes orthogonaux classiques, ainsi que les *polynomes ultra-elliptiques correspondant à un intervalle fini* (α_1, α_2) *avec*

$$(7)\qquad p(x) = [(x-\alpha_1)(x-\alpha_2)\ldots(x-\alpha_{2m-1})]^{-\frac{1}{2}} \qquad (\alpha_1 < \alpha_2 < \ldots < \alpha_{2m-1};\ m \geq 2).$$

Les considérations précédentes montrent, et cela *sans recourir à la théorie des intégrales ultra-elliptiques*, que V_n et C_n sont respectivement de degrés $2m - 3$, $4m - 6$. Pour $m = 2$ nous retrouvons les résultats de Heine [1].

---

[1] E. HEINE. *Handbuch der Kugelfunktionen*, 2e édition, 1, 1878, p. 294-296.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la valeur asymptotique de la meilleure approximation de quelques fractions par des polynomes.* Note [1] de M. N. **Achieser**, présentée par M. Hadamard.

1. Soit $E_n[f(x)]$ la meilleure approximation d'une fonction $f(x)$ par des polynomes de degré n sur le segment $(-1, 1)$.

M. S. Bernstein a établi pour $n \to \infty$ la relation asymptotique suivante [2] :

$$E_n\left[\frac{A}{(x-a)^2}+\frac{B}{(x-a)(a^2-1)}\right]\sim\frac{(a-\sqrt{a^2-1})^n}{(a^2-1)^{\frac{3}{2}}}\left[nA+\frac{2Aa-B}{\sqrt{a^2-1}}+\frac{A}{4n(a^2-1)}\right],$$

où l'on a posé, pour fixer les idées, $a>1$, $\sqrt{a^2-1}>0$, $A>0$. Soit

$$(1)\qquad x=\frac{1}{2}\left(v+\frac{1}{v}\right),\quad \alpha=a-\sqrt{a^2-1},\quad b=\frac{1}{2}\left(\beta+\frac{1}{\beta}\right),$$

où v est une nouvelle variable et β un paramètre réel numériquement plus petit que un.

Considérons la fonction

$$R(x)=\frac{L}{2}\left\{v^{-n}\left(\frac{1-\alpha v}{v-\alpha}\right)^2\frac{v-\beta}{1-\beta v}+v^n\left(\frac{v-\alpha}{1-\alpha v}\right)^2\frac{1-\beta v}{v-\beta}\right\}$$

avec un nouveau paramètre L, qui est égal comme on le voit facilement au module maximum de la fonction $R(x)$ sur le segment $(-1, 1)$.

Comme $|\beta|\leq 1$, la fraction $R(x)$ atteint la valeur L avec des signes alternés en $n+2$ points (au moins) consécutifs du segment $(-1, 1)$.

On peut déterminer le nombre L et le paramètre β satisfaisant à la condition mentionnée de façon que

$$R(x)=\frac{A}{(x-a)^2}+\frac{B}{(x-a)(a^2-1)}+\frac{S}{x-b}+P_n(x),$$

$P_n(x)$ étant un polynome de degré n.

---

[1] Séance du 17 octobre 1930.

[2] *Leçons sur les propriétés extrémales et la meilleure approximation des fonctions analytiques* professées à la Sorbonne par M. S. Bernstein (p. 129).

La considération du maximum

$$\max_{-1\leq x\leq 1}\left|\frac{S}{x-b}\right|$$

conduit au théorème suivant, qui précise le résultat de M. S. Bernstein écrit plus haut.

Théorème I. — *Pour les valeurs de n, assujetties à la condition*

$$n > \frac{2A\sqrt{a^2-1}+B}{A\sqrt{a^2-1}},$$

on a l'inégalité

$$\left|E_n\left[\frac{A}{(x-a)^2}+\frac{B}{(x-a)(a^2-1)}\right]-L\right| < \frac{L}{4(n+\sigma)^2}\,\frac{(a-\sqrt{a^2-1})^n}{a-1},$$

où

$$\sigma = \frac{2aA-B}{A\sqrt{a^2-1}},$$

$$L = \frac{(a-\sqrt{a^2-1})^n}{2}\,\frac{A}{(a^2-1)^{\frac{3}{2}}}\left[n+\sigma-\sqrt{(n+\sigma)^2+\frac{1}{a^2-1}}\right].$$

2. Posons maintenant

$$f(x) = \frac{A_1}{x-a}+\frac{A_2}{(x-a)^2}+\ldots+\frac{A_k}{(x-a)^k},$$

où a est un nombre réel plus grand que un et $A_1, A_2, \ldots, A_k$ des nombres réels, le dernier étant différent de zéro. En conservant les notations (1), introduisons la fonction

$$\Omega(v) = (1-\alpha v)^{-k-1}\sum_{i=1}^{i=k} 2^{i+1}A_i\alpha^i v^{n+i}(\alpha-v)^{k-i}(1-\alpha v)^{k-i},$$

et posons

$$C_{\lambda,\mu} = \frac{d^{\lambda-1}}{dv^{\lambda-1}}\left[\frac{v^{k-\mu}}{(1-\alpha v)^{k-\mu}}\,\Omega(v)\right]_{v=\alpha}.$$

Alors on peut démontrer le théorème suivant :

Théorème 2. — *Si l'on désigne par* L *celle des racines de l'équation*

$$\begin{vmatrix} L+C_{1,1} & C_{1,2} & C_{1,3} & \ldots & C_{1,k} \\ C_{2,1} & 1!\,L+C_{2,2} & C_{2,3} & \ldots & C_{2,k} \\ C_{3,1} & C_{3,2} & 2!\,L+C_{3,3} & \ldots & C_{3,k} \\ \ldots & \ldots & \ldots\ldots\ldots & \ldots & \ldots \\ C_{k,1} & C_{k,2} & C_{k,3} & \ldots & (k-1)!\,L+C_{k,k} \end{vmatrix} = 0,$$

pour laquelle

$$\frac{\alpha^n}{L} = O(n^{1-k}),$$

on a la formule

$$E_n[f(x)] - |L| = \frac{L(a-\sqrt{a^2-1})^n}{(a^2-1)^{k-1}} M,$$

où

$$M = O\left(\frac{1}{n^2}\right).$$

Remarquons que le développement de L suivant les puissances décroissantes de n nous donne [1]

$$L = \frac{(a-\sqrt{a^2-1})^n n^{k-1}}{(k-1)!\,(a^2-1)^{\frac{k-1}{2}}} \left\{ A_k + \frac{1}{n}\left[\frac{(k-1)(k-2)a A_k}{2\sqrt{a^2-1}} - (k-1)\sqrt{a^2-1}\, A_{k-1}\right] + \ldots \right\}.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Quelques théorèmes généralisant la relation de Riemann entre $\zeta(s)$ et $\zeta(1-s)$.* Note de M. **Mandelbrojt**, présentée par M. Jacques Hadamard.

La relation

$$(1) \qquad \zeta(1-s) = 2\Gamma(s)\cos\frac{\pi s}{2}\,\frac{1}{(2\pi)^s}\,\zeta(s)$$

a été démontrée de plusieurs manières différentes. Une méthode intéressante a été donnée par M. Mordell. Elle consiste à employer la formule de Poisson

$$(2) \qquad \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{2n\pi i x}\,dx = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(n).$$

Cet auteur a établi des conditions générales où cette formule est applicable [2].

En employant la formule (2) d'une manière différente de celle de M. Mordell, nous donnons des relations concernant les séries de Dirichlet générales, ces relations contenant (1) comme cas tout à fait particulier.

---

(1) Voir le livre cité de M. S. Bernstein, p. 126.

(2) Voir Mordell, *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 24, 4e Partie, 1928, p. 585; *Journal of the London Mathematical Society*, 4, 4e Partie, 1924, p. 285.

Comparer aussi aux travaux de M. H. Hamburger, *Mathematische Annalen*, 85, 1922, p. 129; *Mathematische Zeitschrift*, 10, 1921, p. 240; 11, 1921, p. 224, et 13, 1922, p. 283.

Nous parvenons en même temps à des résultats qui permettent d'exprimer toute série de Dirichlet par les séries de la forme $\sum \frac{C_n}{(n+d)^s}$ où d est réel ou complexe.

Nos démonstrations s'appuient essentiellement sur la formule

$$\frac{\Gamma(k)}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\varphi(s)}{s^k}e^{ns}\,dt = \begin{cases}\sum\limits_{\lambda_m<n}(n-\lambda_m)^{k-1}a_m & \text{si } n>0\\ 0 & \text{si } n\leq 0\end{cases}$$

où $\varphi(s)=\Sigma a_m e^{-\lambda_m s}$, $s=\sigma+it$ $(k>1)$, fractionnaire ou entier (formule valable dans des conditions connues) et sur la formule (2) où

$$f(x)=\frac{\varphi(\sigma+2\pi i x)}{(\sigma+2\pi i x)^k}.$$

On constate facilement que si σ est positif et supérieur à l'abscisse de convergence absolue de $\varphi(s)$ et si $k>1$, les conditions de M. Mordell concernant la légitimité de l'emploi de (2) sont vérifiées [pour la partie réelle et le coefficient de la partie imaginaire de $f(x)$]. De même si $\varphi(s)$ possède un zéro double pour $s=0$, l'abscisse de convergence absolue étant négative, on peut poser dans $f(x)$, $\sigma=0$, si $1<k<2$.

THÉORÈME I. — *Soit $\varphi(s)=\Sigma a_n e^{-\lambda_n s}$ une série de Dirichlet dont l'abscisse de convergence absolue est σ_0 et soit $x>\max(\sigma_0, 0)$. La relation suivante a lieu pour s réel et inférieur à* 1 :

$$(3)\qquad \sum_{n=1}^{\infty}e^{-nx}\sum_{\lambda_m<n}(n-\lambda_m)^{s-1}a_m=\Gamma(s)\frac{e^{-\frac{\pi i s}{2}}}{(2\pi)^3}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\frac{\varphi(x+2n\pi i)}{\left(n-\frac{ix}{2n}\right)^s}.$$

Ces séries convergent pour $s>1$. Le second membre converge absolument et uniformément dans toute région bornée du demi-plan $\sigma>1+\varepsilon$ $(\varepsilon>0)$. Pour la détermination de $\left(n-\frac{ix}{2\pi}\right)^s$, nous adoptons, en posant

$$\left(n-\frac{ix}{2\pi}\right)=A,\qquad A^s=e^{s\log A}:\ -\pi<\arg A<0.$$

THÉORÈME II. — *Si la fonction $\varphi(s)=\Sigma a_n e^{-\lambda_n s}$ possède un zéro double pour $s=0$, l'abscisse de convergence absolue de cette série étant négative, la relation suivante a lieu pour* $1<s<2$:

$$(4)\qquad \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{\lambda_m<n}(n-\lambda_m)^{s-1}a_m=\Gamma(s)\frac{1}{(2\pi)^s}\left[e^{-\frac{\pi i s}{2}}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\varphi(2\pi n i)}{n^s}+e^{\frac{\pi i s}{2}}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\varphi(-2n\pi i)}{n^s}\right].$$

Il suffit de poser dans (4) : $\varphi(s) = (1 - e^{-s})^2$ pour avoir la relation (1) de Riemann.

Le théorème III résulte du théorème II.

THÉORÈME III. — *Considérons une série* $F(s) = \sum k_n e^{-\lambda_n s}$ *dans laquelle on suppose que* $\overline{\lim} \sqrt[n]{|k_n|} < 1$. *Soit* $v_m = r_m + e^{-\lambda_m}$ *où* r_m *est une suite de nombres entiers positifs croissants. En fixant* $x > 0$ *posons, pour* $n = 1, 2, \ldots,$

$$\alpha_n = \sum_{m=1}^{\infty} k_m e^{-e^{-\lambda_m x - 2 v_m n \pi i}}; \quad \beta_n = \sum_{m=1}^{\infty} k_m e^{-e^{-\lambda_m x + 2 v_m n \pi i}}; \quad \gamma = \sum_{m=1}^{\infty} k_m e^{-e^{-\lambda_m x}}.$$

Ces conventions étant faites, les relations suivantes ont lieu

$$F(s) = \Gamma(s+1)\left[\frac{1}{(2\pi)^{s+1}} e^{-\frac{\pi i (s+1)}{2}} \zeta_{(v, F, x)}(s+1) \right.$$
$$\left. + \gamma e^{\pi i (s+1)} x^{-(s+1)} + e^{\frac{\pi i (s+1)}{2}} \zeta_{-(v, F, x)}(s+1)\right]$$
$$- \sum_{m=1}^{\infty} k_m \zeta_x(-s, e^{-\lambda_m}),$$

où

$$\zeta_{(v, F, x)}(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n}{\left(n - \frac{xi}{2\pi}\right)^s}, \quad \zeta_{-(v, F, x)}(s) = \sum \frac{\beta_n}{\left(n + \frac{xi}{2\pi}\right)^s},$$

$$\zeta_x(s, a) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-nxi}}{(n+a)^s}.$$

ASTRONOMIE. — *Les oppositions favorables de la planète Éros.* Note de M. G. FAYET, présentée par M. Ernest Esclangon.

En partant des éléments moyens, sans tenir compte des perturbations, on trouve que la durée de 21 révolutions sidérales de l'astéroïde (433) Éros correspond presque exactement à 37 années juliennes, de telle sorte qu'après cet intervalle, les circonstances respectives des oppositions successives se reproduisent d'une manière analogue.

D'autre part, sur les 16 oppositions que comporte un pareil cycle, deux seulement (dont l'une plus particulièrement) présentent des conditions de proximité à la Terre suffisantes pour permettre une bonne détermination de la parallaxe solaire et d'autres éléments importants de notre système.

Si l'on convient de prendre comme origine du cycle une opposition *très* favorable (catégorie I), l'opposition *assez* favorable (catégorie II) occupe le rang 4 et se produit 6 ans $^3/_4$ plus tard.

Ainsi que le montre le bref relevé ci-dessous, l'opposition moyennement favorable de 1900 a été précédée, en 1894 (et malheureusement avant la découverte d'Éros), d'une opposition de première catégorie offrant des circonstances exceptionnellement avantageuses, puisque la planète s'est approchée de la Terre à la distance 0,15.

Bien qu'un peu moins bonnes, les conditions de la présente opposition, également de première catégorie, sont excellentes.

Mais il nous a paru intéressant de faire remarquer que, dans un avenir relativement proche, en 1937, les astronomes pourront profiter d'une opposition qui, sans être optima, sera néanmoins nettement plus favorable que celle de 1900 et, par suite, permettra sans doute des observations intéressantes.

Opposition en Æ.	Catégorie.	Parallaxe maxima.
Janvier 1894	I	58″
Octobre 1900	II	28
Février 1931	I	50
Novembre 1937	II	38

ASTRONOMIE. — *La détermination des orbites d'astres éloignés.* Note de M. N. **Stoyko**, présentée par M. Ernest Esclangon.

La précision de la détermination de l'orbite d'un astre éloigné d'après trois observations, même en première approximation, est insuffisante : l'intervalle de temps des observations est relativement court et l'erreur d'une observation par rapport à la variation des coordonnées pendant la période considérée est assez grande ([1]). Il faut utiliser immédiatement le plus grand nombre possible d'observations pour déterminer l'orbite de l'astre éloigné.

Soient ξ_0, η_0, ζ_0 les coordonnées géocentriques de l'astre et x_0, y_0, z_0 celles du Soleil à une époque t_0. Si les coordonnées héliocentriques de

([1]) Pour la planète Pluton, nous avons trouvé l'erreur d'une observation en α égale à 0″,8 et en δ égale à 0″,7.

l'astre à la même époque sont X_0, Y_0, Z_0, nous avons

$$(1)\qquad \xi_0 = X_0 + x_0, \qquad \eta_0 = Y_0 + y_0, \qquad \zeta_0 = Z_0 + z_0.$$

A une époque t_i nous avons

$$(2)\qquad \xi_i = X_i + x_i, \qquad \eta_i = Y_i + y_i, \qquad \zeta_i = Z_i + z_i.$$

Si l'ascension droite et la déclinaison observées de l'astre sont respectivement α_0, δ_0 et α_i, δ_i, nous avons

$$(3)\qquad \xi_i = \eta_i p_i, \qquad \zeta_i = \eta_i q_i,$$

où

$$(4)\qquad p_i = \cot\alpha_i, \qquad q_i = \operatorname{tang}\delta_i \operatorname{cosec}\alpha_i.$$

Si $|\cot\alpha_i| > 1$, on pose

$$p_i = \operatorname{tang}\alpha_i, \qquad q_i = \sec\alpha_i \operatorname{tang}\delta_i$$

et l'on intervertit le rôle des coordonnées X et Y, ξ et η.

Étant donné que l'observation de l'astre à une époque t_0 est entachée d'erreurs, les valeurs vraies de p et q à l'époque t_0 sont

$$p_0 + \Delta p_0, \qquad q_0 + \Delta q_0,$$

où

$$p_0 = \cot\alpha_0, \qquad q_0 = \operatorname{tang}\delta_0 \operatorname{cosec}\alpha_0,$$

et l'on a

$$(5)\qquad \xi_0 = \eta_0(p_0 + \Delta p_0), \qquad \zeta_0 = \eta_0(q_0 + q_0\Delta).$$

En retranchant des équations (2) les équations (1) et tenant compte de (3) et (5), nous avons

$$(6)\qquad \begin{cases} p_i\eta_i - p_0\eta_0 - \Delta p_0\eta_0 = (x_i - x_0) + (X_i - X_0), \\ \eta_i - \eta_0 = (y_i - y_0) + (Y_i - Y_0), \\ q_i\eta_i - q_0\eta_0 - \Delta q_0\eta_0 = (z_i - z_0) + (Z_i - Z_0). \end{cases}$$

On a les développements suivants des coordonnées rectilignes de l'astre

$$(7)\qquad X_i - X_0 = X'_0(t_i - t_0) - \frac{\mu X_0}{2r_0^3}(t_i - t_0)^2 + \ldots.$$

Pour les coordonnées Y_i et Z_i nous avons des expressions du même type.

Les équations (6), en tenant compte de (7), prennent la forme suivante :

$$(8)\qquad \begin{cases} p_i\eta_i - X'_0(t_i - t_0) - p_0\eta_0 - \Delta p_0\eta_0 = A_{x_i}, \\ \eta_i - Y'_0(t_i - t_0) - \eta_0 = A_{y_i}, \\ q_i\eta_i - Z'_0(t_i - t_0) - q_0\eta_0 - \Delta q_0\eta_0 = A_{z_i}. \end{cases}$$

où

$$A_{x_i} = x_i - x_0 - \frac{\mu X_0}{2 r_0^3}(t_i - t_0)^2, \tag{9}$$

et des expressions analogues pour A_{y_i} et A_{z_i}.

En éliminant η_i des équations (8), nous avons

$$\left\{ \begin{array}{l} p_i(t_i - t_0)Y'_0 - (t_i - t_0)X'_0 - (p_0 - p_i)\eta_0 - \Delta p_0 \eta_0 = A_{x_i} - A_{y_i} p_i, \\ q_i(t_i - t_0)Y'_0 - (t_i - t_0)Z'_0 - (q_0 - q_i)\eta_0 - \Delta q_0 \eta_0 = A_{z_i} - A_{y_i} q_i, \end{array} \right. \tag{10}$$

où les inconnues sont η_0, X'_0, Y'_0, Z'_0, Δp_0 et Δq_0. En divisant ces équations par η_0, on trouve les équations (1) des *Comptes rendus* (191, 1930, p. 630), d'après lesquelles nous avons calculé l'orbite de Pluton.

Les équations (10) du premier degré sont faciles à résoudre par la méthode de Cauchy ou par la méthode des moindres carrés. En choisissant pour t_0 une époque voisine de $\frac{\Sigma t_i}{n}$ on élimine aussi, en partie, l'influence des dérivées du troisième ordre.

En première approximation, on peut négliger les termes du second ordre et même Δp_0 et Δq_0 et l'on obtient

$$\left\{ \begin{array}{l} p_i(t_i - t_0)Y'_0 - (t_i - t_0)X'_0 - (p_0 - p_i)\eta_0 = (x_i - x_0) - (y_i - y_0)p_i, \\ q_i(t_i - t_0)Y'_0 - (t_i - t_0)Z'_0 - (q_0 - q_i)\eta_0 = (z_i - z_0) - (y_i - y_0)q_i, \end{array} \right. \tag{11}$$

où les inconnues sont η_0, X'_0, Y'_0, Z'_0. Après avoir résolu ces équations par rapport à η_0, on trouve les valeurs approchées de X_0, Y_0, Z_0 et z_0. On calcule les valeurs améliorées des coordonnées et de la vitesse de l'astre en tenant compte de l'influence des termes du second ordre d'après (9).

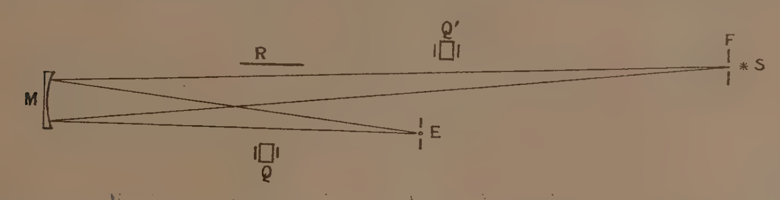
ACOUSTIQUE. — *Méthode d'observation d'ondes sonores non stationnaires.* Note [1] de M. **Edgar-Pierre Tawil**, présentée par M. Ch. Fabry.

Cette méthode permet de fixer dans le temps et de les rendre visibles des ondes sonores se propageant dans un gaz sans recourir à la stroboscopie ou aux ondes stationnaires.

Soient en M un bon miroir concave de long foyer, en S une source lumineuse devant laquelle se trouve une fente fine F dont l'image est interceptée avec précision par un fil E. Quand E est bien placé et de dimension appro-

(1) Séance du 17 novembre 1930.

priée, aucun rayon issu de F ne lui échappe. Il n'en est plus de même quand l'indice de l'air vient à varier en un point du trajet lumineux. Si par exemple une onde sonore émise par Q′, dans laquelle l'indice est différent de celui de l'air ambiant, traverse le faisceau incident ou réfléchi, les rayons sont déviés et l'œil placé derrière E verra passer l'image de cette onde; c'est-à-dire qu'il verra sur le fond obscur du miroir une traînée lumineuse due aux variations successives de l'indice de l'air. Pour apercevoir ces ondes à l'état de repos, on peut, comme je l'ai indiqué dans ma Note



précédente [1], les réfléchir sur elles-mêmes de façon à créer des ondes stationnaires.

Je signale aujourd'hui un nouveau procédé qui permet d'atteindre le même résultat sans qu'il soit nécessaire de recourir aux ondes stationnaires.

Les conditions de l'expérience restent les mêmes avec toutefois cette différence essentielle que le son traverse deux fois le faisceau lumineux. Cela se réalise très simplement en lui faisant traverser successivement les faisceaux incident et réfléchi. Si l'on se sert d'une lentille au lieu d'un miroir, on fait repasser le son dans le faisceau en le réfléchissant à l'aide de deux miroirs à 45° convenablement espacés. La condition requise est qu'il y ait dissymétrie entre les zones de lumière traversées par les deux trains d'ondes. La source sonore utilisée Q est un quartz oscillant.

Dans ces conditions on peut voir se dessiner sur le miroir (ou sur la lentille) des raies brillantes dont l'écartement et le nombre sont fonctions, entre autres, de la fréquence du son et de la dissymétrie des régions lumineuses traversées. Au voisinage immédiat du miroir la valeur du faisceau incident et de celui réfléchi étant la même, il n'apparaît pas de raies, seul le passage du son est visible. Quand on éloigne la source sonore pour la rapprocher progressivement de E les raies apparaissent et vont en augmentant. Elles sont bien stables et ne se déforment ou se déplacent que sous l'influence d'une

---

(1) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 92.

perturbation, quand par exemple on altère la vitesse du son en provoquant un déplacemens d'air sur son parcours.

La discussion de la marche complexe des rayons lumineux sortirait du cadre de cette présentation, elle n'irait pas non plus sans quelques difficultés. Toutefois, si l'on fait abstraction de la strioscopie qui n'intervient dans cette expérience qu'à titre de détectrice pour rendre visibles les ondes sonores, on simplifie singulièrement le problème. On ne se trouve plus qu'en présence d'un phénomène de coïncidences dû à la superposition par contact optique de deux trains d'ondes de même fréquence assurément mais dont les longueurs d'ondes sont toutefois fictivement différentes du fait des différences d'angles. C'est en somme ce que l'on voit quand on interpose une grille entre l'œil et un miroir ou quand on regarde au travers de deux grilles. Les coïncidences se traduisent par des raies plus fortes et plus espacées que les barreaux de la grille et l'on sait que celles-ci demeurent fixes quand bien même on déplace la grille.

Une variante à signaler consiste à réfléchir à l'aide d'un écran R les ondes sonores après ou pendant leur passage dans les faisceaux lumineux. Dans un cas on voit se superposer à l'image des ondes stationnaires celle des coïncidences, dans l'autre les ondes stationnaires apparaissent d'un côté de l'écran tandis que du côté opposé se détachent les raies de coïncidences.

ÉLECTRONIQUE. — *Détermination directe du volume de l'électron.* Note [1] de M. V. **Posejpal**, transmise par M. Pierre Weiss.

On l'obtient par la formule $\frac{\sigma}{\rho} = \frac{\pi}{m_H} r^2$, dans laquelle $\frac{\sigma}{\rho}$ est le coefficient spécifique de diffusion des rayons γ très durs dans l'hydrogène, $m_H = 1{,}662 \cdot 10^{-24}$ g la masse absolue de l'atome d'hydrogène et r le rayon de l'électron, supposé sphérique. La valeur de r ainsi obtenue est sensiblement égale à celle trouvée par la théorie électromagnétique, $1{,}9 \cdot 10^{-13}$ cm.

Pour le vérifier nous employons les données citées par les *International Critical Tables* (vol. 6, Table 6, p. 17) se rapportant aux rayons γ du Ra(B + C) filtrés par $2^{cm},6$ de plomb. Nous y trouvons pour $\frac{\sigma}{\rho}$ cm²/gr les valeurs : 0,0323 (Al), 0,0383 (H^2O), 0,0406 ($C^3H^8O^3$). Bien qu'il y manque la mesure directe de l'hydrogène, nous obtenons, en première

[1] Séance du 17 novembre 1930.

approximation, la vérification de notre formule en admettant pour $\frac{\sigma}{\rho}$ les valeurs trouvées pour l'eau et la glycérine, puisque $\frac{\sigma}{\rho}$ varie peu avec la substance. On obtient ainsi pour r les nombres $1,42.10^{-13}$ et $1,47.10^{-13}$ cm. Ils sont en bon accord avec la valeur électromagnétique $1,9.10^{-13}$ citée plus haut, en lui restant un peu inférieurs, car les $\frac{\sigma}{\rho}$ employés pour leur calcul sont évidemment inférieurs à la valeur exacte de l'hydrogène.

En mettant au contraire dans notre formule pour r sa valeur électromagnétique, on obtient $\left(\frac{\sigma}{\rho}\right)_{\text{H}} = 0,068$ et par la formule d'additivité de M. Fournier (*Comptes rendus*, 183, 1926, p. 200), on calcule ensuite des valeurs mesurées pour l'eau et la glycérine les coefficients sp. de diffusion du carbone 0,042, et de l'oxygène 0,035. Les valeurs ainsi calculées et la valeur mesurée de l'aluminium, représentées graphiquement, sont en bon accord. La valeur électromagnétique de r satisfait donc bien à notre formule.

J'ai obtenu cette formule comme un cas spécial dans une série des considérations plus générales sur l'absorption, basées sur une conception nouvelle de l'éther [1]. D'après celle-ci l'éther a une structure corpusculaire, les corpuscules étant formés par des neutrons qui ont sensiblement le même volume que les électrons libres. Pour préciser la notion de neutron nous remarquons ceci : le système d'un proton et d'un électron libres, après avoir émis l'énergie électromagnétique égale en somme à $h\nu_0$, ν_0 étant la fréquence limite de la série de Lyman, devient l'atome normal d'hydrogène, de masse inerte m_{H}. S'il émet de nouveau l'énergie $m_{\text{H}}c^2$, il devient neutron, de masse inerte zéro.

Mais on peut déduire notre formule directement et c'est ce que je veux faire ici, en n'attribuant à l'éther d'autres propriétés que la structure corpusculaire seule, ce qui nous permettra de donner à la formule ainsi obtenue une interprétation plus générale.

Si r est le rayon du corpuscule supposé sphérique, la section normale d'un faisceau élémentaire des rayons parallèles aura πr^2 pour sa limite inférieure et nous admettons que ce sont les rayons élémentaires dits photons, qui possèdent cette limite. Observons maintenant une couche plane d'hydrogène d'épaisseur dx, assez petite pour que tous les atomes

---

(1) *Rozpravy II tř. Čes. Akademie věd. Praha*, 37, 1928, p. 7, 39; 40, 1930, p. 35; *Bulletin international de l'Académie des Sciences de Bohême*, 1927, 1928, 1930.

soient bien visibles dans la direction de la normale, et frappée normalement par un faisceau homogène de rayons parallèles d'intensité $J = ih\nu$. Supposons la fréquence ν assez grande pour que les photons $h\nu$ pénètrent dans les atomes d'hydrogène jusqu'au noyau où ils sont diffusés de sorte que, dans un faisceau de densité maximum, chaque atome dévie un photon. Le centimètre carré de la couche peut être traversé simultanément par $1^{cm^2} : \pi r^2$ photons dont les atomes d'hydrogène diffuseront le nombre $n\,dx \times 1^{cm^2}$, $n = \frac{\rho}{m_H}$ étant le nombre d'atomes par unité de volume. La probabilité pour qu'un photon soit diffusé étant égale à $p = n\,dx\,\pi r^2$, on a

$$di = -ip, \qquad dJ = -\sigma J\,dx = -Jp,$$

et par suite $\sigma = n\pi r^2$ et alors enfin $\frac{\sigma}{\rho} = \frac{\pi}{m_H} r^2$, ce qui est notre formule.

Résumé. — En admettant que l'éther ait la structure corpusculaire, on déduit pour la diffusion des rayons γ très pénétrants dans l'hydrogène, la formule $\frac{\sigma}{\rho} = \frac{\pi}{m_H} r^2$, r étant le rayon du corpuscule éthérien supposé sphérique, et l'on trouve, d'après les valeurs expérimentales de $\frac{\sigma}{\rho}$, pour r la même valeur numérique que la théorie électromagnétique trouve pour le rayon de l'électron. Ce résultat semble être favorable à l'idée, développée par l'auteur pour la première fois en 1928, que l'éther est formé par des neutrons.

BIRÉFRINGENCE MAGNÉTIQUE. — *Variation thermique de la biréfringence magnétique du para-azoxyanisol au-dessus de la température de disparition de l'état mésomorphe.* Note [1] de Mlle **Jacqueline Zadoc-Kahn**, présentée par M. A. Cotton.

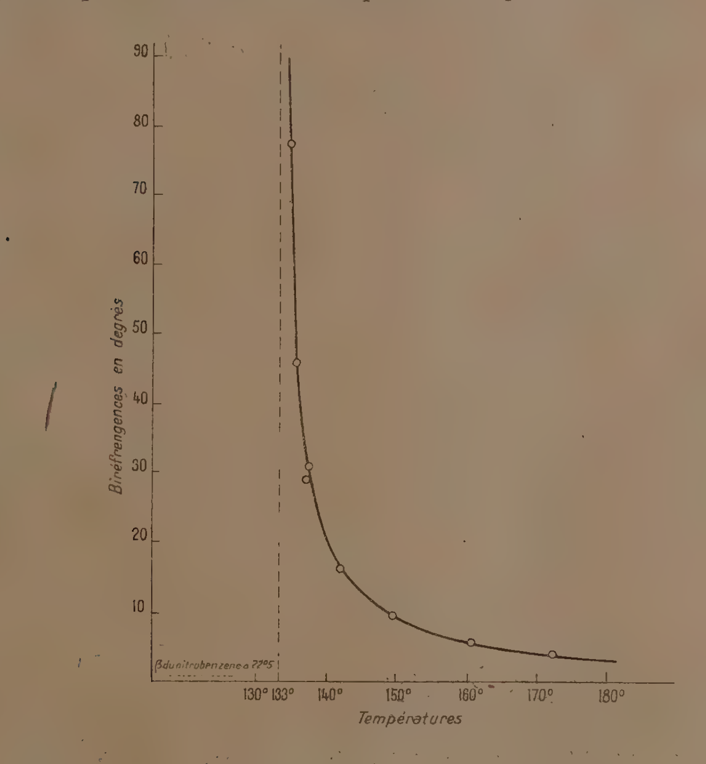
Les recherches antérieures décrites ici [2] ont été reprises à Bellevue dans le champ du grand électro-aimant de l'Académie des Sciences. La courbe de l'effet Cotton-Mouton sur le p-azoxyanisol à l'état de liquide isotrope a pu être obtenue depuis 134°,5 jusqu'à 172°,6, le point de disparition de l'état nématique étant 133°,1 (à 0°,5 près).

---

[1] Séance du 17 novembre 1930.

[2] *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 672.

Les conditions thermiques ont été améliorées depuis les premières mesures : d'une part, comme il a été vérifié qu'un chauffage prolongé ou trop intense du *p*-azoxyanisol altère cette substance, des précautions ont été prises pour éviter cette cause d'erreur; d'autre part, l'uniformité et la mesure de la température du liquide ont été mieux assurées, au moyen d'un dispositif qui sera décrit dans une publication plus étendue.



L'entrefer, plus grand que dans les premières expériences à cause d'un système calorifuge plus encombrant, était de 62mm,5. Dans ces conditions, le champ obtenu avec les pièces polaires terminales rondes de 60mm,9, uniforme à 400 gauss près sur la longueur de 20mm utilisée, était de 33900 gauss.

Les mesures sont figurées par la courbe ci-dessus.

Les ordonnées représentent les angles β de rotation de l'analyseur, proportionnels à la biréfringence. Les abscisses représentent les températures, connues à moins d'un demi-degré près.

Les mesures de β, faites à quelques centièmes de degré près, atteignent pour les grandes valeurs de β une précision relative supérieure à $\frac{1}{1000}$.

La biréfringence maxima, observée au voisinage immédiat du point de transformation est d'environ 90°. Ce point n'est pas sur la courbe, sa détermination précise n'ayant pas été faite. (Dans le champ de 40700 gauss employé antérieurement, la biréfringence maxima, mesurée à nouveau, dépasse 120°.) A 134°,5, $\beta = 77°,65$. A 172°,6, β n'atteint plus que 4°,25.

Dans les mêmes conditions (dans un même champ et sous une même épaisseur, soit 20^{mm}) à 22°,5 la biréfringence magnétique du nitrobenzène n'est que de 1° (à 0°,03 près).

Ainsi, lorsqu'un corps présentant un état nématique (car il est infiniment probable que le phénomène n'est pas particulier au para-azoxyanisol) est placé à l'état isotrope dans un champ magnétique, il acquiert une biréfringence remarquable par sa grandeur énorme et par sa variation d'allure hyperbolique avec la température. Foëx a prévu ces phénomènes en admettant l'existence d'un champ moléculaire à l'intérieur du liquide isotrope. La théorie suggérée par Cotton [1] et développée notamment par Kast, qui représente les liquides mésomorphes comme constitués par des associations de molécules, permet aussi d'expliquer la courbe ci-dessus, si l'on suppose que ces agrégats moléculaires ne sont pas tous immédiatement détruits, au-dessus du point de transformation, par l'agitation thermique (A. Cotton, *Rapport au Conseil de Physique Solvay*, octobre 1930).

RADIOACTIVITÉ. — *Nouveau spectrographe magnétique à rayons* α.

Note de M. S. **Rosenblum**, présentée par M. A. Cotton.

Les recherches [2] entreprises au moyen du grand électro-aimant de l'Académie des Sciences ayant mis en évidence l'utilité de la méthode de focalisation pour l'étude du spectre magnétique des rayons α, il nous a semblé intéressant de réaliser, dans ce cas particulier, un appareil de recherches simple permettant une étude préparatoire et servant d'instrument complémentaire pour les recherches à effectuer avec le grand électro-aimant à Bellevue.

---

(1) Cotton, *Symétrie des cristaux et symétrie moléculaire*. Conférence publiée dans le volume : *Les progrès de la physique moléculaire*, 1914, p. 181, note (1). Paris, Gauthier-Villars.

(2) Voir *Comptes rendus*, **190**, 1930, p. 1124.

Afin de réaliser avec les moyens courants de laboratoire le champ assez intense et étendu indispensable pour cette méthode, nous avons fait construire des pièces polaires de forme particulière permettant la concentration du flux magnétique disponible dans la région annulaire strictement utile.

Ces pièces polaires ont été adaptées à un électro-aimant à faible consommation existant déjà au laboratoire Curie.

L'entrefer réalisé se trouve compris dans une couronne dont le rayon intérieur est 20^{cm} et le rayon extérieur est $22^{cm},5$. Pour un entrefer de $2^{mm},9$ et un courant de 5 ampères, l'intensité du champ magnétique peut atteindre 18 kilogauss environ, ce qui permettrait de focaliser tous les groupes de rayons α dont le produit $H\rho \leq 380$ kilogauss/cm environ (ceci est le cas pour la majorité de groupes de rayons α connus. Si l'on pouvait disposer de pièces polaires en ferro-cobalt, on pourrait probablement dépasser 19 kilogauss et atteindre tous les groupes importants de rayons α).

Pour remédier à la non-uniformité du champ magnétique aux deux extrémités des pièces polaires, celles-ci se trouvent prolongées de quelques centimètres au delà de la semi-circonférence utile, ce qui leur donne un profil rappelant un fer à cheval.

Entre les pièces polaires et maintenu par celles-ci se trouve le bâti de l'appareil constitué par une boîte métallique dont les parois annulaires sont en fer, le reste étant en laiton. Les parois ont le même profil que les pièces polaires et sont soudées sur la partie en laiton; elles se trouvent dans le prolongement des pièces polaires lorsque l'appareil est en place. C'est entre ces parois en fer (faisant, pour ainsi dire, partie des pièces polaires) que l'on réalise l'entrefer de $2^{mm},9$ dans lequel les rayons α sont focalisés quand le vide est établi.

Pour obtenir l'étanchéité de l'appareil, des feuilles d'aluminium ou d'étain de quelques centièmes de millimètre d'épaisseur se trouvent appliquées à l'aide d'une cire appropriée sur les parois recouvrant les parties soudées. La boîte métallique porte le châssis de la plaque photographique, la source radioactive et la fente délimitant le faisceau de rayons α. L'intérieur de l'appareil est rendu accessible au moyen de couvercles rodés sur la partie en laiton. L'un des couvercles est perpendiculaire à la direction du faisceau et porte un écran en sulfure de zinc rendant possible l'observation directe et le dénombrement éventuel de l'arrivée de particules individuelles.

En faisant varier l'intensité du courant magnétisant, on peut faire passer successivement différents groupes de rayons α dans le champ d'observation de l'appareil (ce champ est relativement faible et l'on ne pourra étudier simultanément que des groupes dont la vitesse diffère de quelques pour cent seulement).

Une canalisation adaptée à l'appareil permet l'évacuation rapide du très faible

volume de l'appareil dans lequel une pression de l'ordre de la barye peut être maintenue.

Nos premières expériences ont permis de confirmer photographiquement la structure fine dans le cas du ThC pour les deux raies α ThC et α' dont les vitesses diffèrent de $\frac{3}{1000}$ seulement. L'intensité du courant employé est de 1,9 ampère, sous 110 volts de tension, les bobines de l'électro-aimant étant en série. La distance entre les deux images est de $1^{mm},4$ environ, le grand pouvoir dispersif de l'appareil étant dû au grand rayon de courbure ρ l'intensité du champ H étant relativement faible (16000 gauss environ). (Dans le cas de la méthode directe que nous employions avant, les raies du ThC et ThC' qui ont des vitesses qui diffèrent de 20 pour 100 n'étaient séparées que de quelques dixièmes de millimètre seulement.)

Il nous a semblé utile de signaler dès à présent ce nouveau dispositif.

Pour sa construction et sa mise au point, les conseils de M. F. Holweck nous ont été précieux. Nous poursuivons d'ailleurs cette étude. La création de l'électro-aimant à faible consommation ainsi que le calcul relatif à la construction des pièces polaires décrites son dus à M. Gondet.

PHYSIQUE INDUSTRIELLE. — *Sur l'utilisation des fleuves à leur embouchure. Rectification.* Note de M. C. **Raveau**.

Une erreur, répétée aux tableaux 95_a et 149 du *Recueil de Constantes physiques* publié par la Société française de Physique, assigne à la température d'ébullition de l'eau de mer la valeur unique 103°,7, alors que le maximum, pour les eaux les plus salées, n'atteint certainement pas 100°,5. Cette correction rend pratiquement négligeable l'intérêt qu'il pourrait y avoir à remplacer l'eau de mer chaude par l'eau d'un fleuve (1), substitution sur laquelle j'avais attiré l'attention de M. G. Claude (2). Il reste seulement que l'emploi de l'eau douce ne sera jamais désavantageuse et qu'on peut parler d'une énergie thermique des eaux du globe.

(1) *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 472.
(2) *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 903.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les conditions de formation et de décomposition de la cémentite.* Note de M. P. **Pingault**, transmise par M. G. Charpy.

La présente Note a pour but de compléter certaines observations publiées antérieurement en collaboration avec M. G. Charpy, en ce qui concerne la stabilité et les différents modes de formation de la cémentite.

1° *Décomposition de la cémentite par la chaleur.* — De la cémentite pure, préparée par l'action du cyanure de sodium à 650° sur de la limaille de fer électrolytique a été chauffée dans le vide à diverses températures, puis attaquée par de l'acide nitrique de densité 1,2.

A 1000°, après 10 heures de chauffe, je n'ai pu déceler que des traces impondérables de graphite libre.

A 1075°, après 1 heure, la cémentite s'était agglomérée en masse, et l'attaque par l'acide a révélé des traces très nettes de graphite.

A 1175°, après 1 heure, la cémentite a fourni, d'une part, des globules métalliques présentant au microscope métallographique l'aspect de la fonte grise, et, d'autre part, une poudre très riche en graphite.

En résumé, tant que l'on n'atteint pas des températures nettement supérieures à 1000°, la cémentite pure paraît très stable. C'est ce qui a lieu dans les différents cas du travail de l'acier, et les seuls phénomènes entrant alors en jeu seraient, même pour des aciers très riches en carbone, la dissolution ou la diffusion du carbure de fer. Par contre, dès que l'on arrive aux températures voisines de la fusion de la fonte, la cémentite se décompose très rapidement et l'excès de carbone se sépare de la fonte en fusion.

2° *Formation de la cémentite.* — En essayant de cémenter du fer pur dans du cyanure de sodium du commerce, maintenu à l'abri de l'air pour éviter les phénomènes d'oxydation, j'ai pu observer que la cémentation du fer devenait à peu près nulle, que l'on opère à 600-650° ou à 850-900°.

Voici la moyenne des résultats obtenus par chauffage de 24 heures d'un fil d'acier extra-doux (C = 0,09) d'un diamètre de $\frac{6}{10}$ de millimètre :

	Teneur en carbone obtenue	
Températures.	à l'abri de l'air.	à l'air.
650°	0,12	2,8
850°	0,21	3,3

Les résultats, sans être tout à fait aussi nets, sont du même ordre avec le cyanure de sodium pur.

Ce phénomène est à rapprocher du fait suivant : l'observation micrographique de la zone voisine de la surface d'un échantillon de fonte grise, chauffée pendant 24 heures dans du cyanure de sodium fondu à l'air, maintenu à 675°, montre que le graphite de la fonte a été entièrement brûlé. On est alors conduit à penser que le cyanure de sodium serait sans action sur le fer et que certains composés oxygénés ou certains produits oxygénés de la décomposition de ce cyanure se comporteraient comme certains mélanges d'oxyde de carbone et de gaz carbonique, c'est-à-dire seraient oxydants pour le carbone et carburants pour le fer.

3° *Action de l'électrolyse.* — J'ai soumis à l'électrolyse un bain de cyanure de sodium fondu, maintenu à 650°, les électrodes étant en acier doux.

Le phénomène varie considérablement avec la densité du courant.

Avec une densité de courant de 1 ampère par décimètre carré, au bout de 40 heures, l'anode est fortement durcie en surface. La cathode n'est pas modifiée. On se trouve en présence d'un phénomène semblable à la carburisation, la fixation du carbone ayant alors lieu à peu près uniquement sur l'anode.

Avec une densité de courant de 20 ampères par décimètre carré, le phénomène change d'allure : les électrodes ne sont plus durcies et l'anode est nettement rongée.

En portant la densité du courant à 60 ampères par décimètre carré, la perte de poids de l'anode a atteint $2^g,5$ par centimètre carré au bout de 15 heures. J'ai recueilli la poudre provenant de cette attaque, en épuisant le cyanure par l'eau. Le produit obtenu, lavé à l'alcool, à l'éther, et séché dans le vide contenait 6 pour 100 de carbone en moyenne et 2 à 2,5 pour 100 d'oxygène. On serait en présence de cémentite détachée de l'anode à cause de sa formation très rapide et légèrement oxydée au cours des lavages par suite de la très grande finesse sous laquelle elle se présente.

COLLOÏDES. — *Sur les modifications produites dans la courbe spectrale d'absorption d'une solution de matière colorante par l'introduction d'un colloïde dans la solution.* Note (¹) de MM. **Augustin Boutaric** et **Maurice Doladilhe.**

I. Si, dans la solution d'une matière colorante, on introduit quelques gouttes d'un sol colloïdal, plusieurs cas peuvent se présenter :

(¹) Séance du 17 novembre 1930.

a. Si la matière colorante existe en solution à l'état moléculaire, l'addition du colloïde ne produit aucune variation dans la courbe spectrale d'absorption lumineuse propre à la matière colorante, quels que soient la nature du colloïde et son signe.

b. Si la solution de matière colorante est colloïdale, c'est-à-dire n'est pas dialysable et présente le phénomène de l'électrophorèse, les effets observés dépendent du colloïde introduit.

1° Si le colloïde appartient à la catégorie des colloïdes généralement appelés instables, suspensoïdes ou lyophobes, et si ses granules sont de signe contraire à ceux de la matière colorante, l'introduction du colloïde provoque une diminution d'opacité de la solution colorante. Les ordonnées de la courbe spectrale d'absorption de la matière colorante sont réduites dans le même rapport tout le long du spectre.

2° Si le colloïde appartient à la même catégorie, mais si ses granules sont de même signe que ceux de la matière colorante, l'introduction du colloïde ne provoque qu'une réduction d'opacité difficile à apprécier et qu'on peut considérer comme pratiquement nulle.

3° Si le colloïde appartient à la catégorie des colloïdes dits stables, émulsoïdes ou lyophile, l'introduction du colloïde provoque une diminution d'opacité de la solution colorante. Les ordonnées de la courbe spectrale d'absorption de la matière colorante sont encore réduites dans le même rapport tout le long du spectre. La réduction d'opacité ainsi produite dépend de la valeur de la concentration en ions hydrogène du colloïde introduit et croît régulièrement au fur et à mesure que la variation du pH tend à donner un ion colloïdal de signe contraire à celui de la matière colorante.

II. Nous avons étudié ce phénomène par la méthode suivante :

Étant donnée une solution colorante A, on introduit, sur l'un des faisceaux d'un spectrophotomètre, une cuve contenant un certain volume de cette solution dilué dans un égal volume d'eau et, sur l'autre faisceau du spectrophotomètre, une cuve identique contenant de l'eau ; on détermine les coefficients d'absorption lumineuse k de la solution colorante pour toute l'étendue du spectre. On recommence ensuite l'expérience en introduisant, sur le premier faisceau du spectrophotomètre, une cuve contenant un certain volume de la solution colorante dilué dans un égal volume d'un sol colloïdal B, et sur l'autre faisceau, dans une cuve identique, un certain volume du sol colloïdal B dilué dans un égal volume d'eau ; on détermine,

dans ces conditions, les coefficients d'absorption lumineuse k' de la solution colorante pour toute l'étendue du spectre.

Si le colorant existe en solution moléculaire, on a, tout le long du spectre, $k = k'$, quel que soit le colloïde introduit.

Si, au contraire, le colorant est de nature colloïdale, on a $k' < k$, sauf lorsque le colloïde introduit est un colloïde lyophobe dont les granules ont le même signe que ceux de la matière colorante. Le quotient $\frac{k'}{k}$ est le même, tout le long du spectre.

III. A titre d'exemple, indiquons quelques résultats obtenus avec une solution de bleu diamine 3R, matière colorante colloïdale à granules négatifs.

a. L'introduction d'un colloïde positif, comme l'hydrate ferrique, provoque une diminution d'opacité de la matière colorante. Pour toutes les longueurs d'onde du spectre visible, le quotient $\frac{k-k'}{k}$, qui représente la diminution relative du coefficient d'absorption lumineuse, augmente de plus en plus lorsque, pour une même solution colorante, on fait croître la quantité d'hydrate ferrique, et atteint une valeur égale à l'unité lorsque cette quantité est suffisante pour produire la floculation réciproque avec le bleu diamine.

C'est ce que montrent les nombres suivants, relatifs à une solution de $0^g,08$ par litre de bleu diamine pour des poids différents p d'hydrate ferrique :

p	$0^g,007$.	$0^g,014$.	$0^g,021$.	$0^g,028$.	$0^g,035$.	$0^g,040$.
$\frac{k-k'}{k}$	0,21	0,32	0,35	0,38	0,39	1

b. L'introduction d'un colloïde hydrophobe négatif, par exemple de sulfure d'arsenic, ne produit qu'une variation inappréciable dans l'absorption du bleu diamine. A la précision des mesures près, on a, tout le long du spectre, $k = k'$.

IV. Les résultats précédents, sur l'interprétation desquels nous reviendrons ultérieurement, fournissent une méthode très simple pour reconnaître si une matière colorante est ou non colloïdale.

Il suffit, pour pouvoir l'appliquer, de disposer d'échantillons de deux hydrosols dont les granules soient de signes contraires, par exemple d'un hydrosol de sulfure d'arsenic et d'un hydrosol d'hydrate ferrique, et d'en introduire quelques gouttes dans la solution colorante.

Si aucun d'eux ne produit de diminution d'opacité, ce qu'on peut souvent constater au moyen d'un simple colorimètre, la matière colorante est moléculaire.

Lorsque la matière colorante est colloïdale, on aperçoit, le plus souvent à l'œil nu, une diminution très nette d'opacité après l'introduction du colloïde dont les granules sont de signe opposé à celui de la matière colorante.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la pyrolyse des huiles végétales à indice d'acétyle notable.* Note de MM. **Raymond Delaby** et **Raymond Charonnat**, présentée par M. Auguste Béhal.

Tous les spécialistes des matières grasses semblent maintenant d'accord sur le fait que *l'huile de pépins de raisins*, primitivement rangée à côté de l'huile de ricin, en raison de son indice d'acétyle parfois élevé, ne présente guère d'analogie avec cette dernière (¹). L'huile de pépins de raisins présente un indice d'acétyle très variable, l'écart des résultats est dû autant à la diversité des techniques de détermination de cet indice qu'au mode d'expression des résultats, et aussi à l'emploi d'huiles plus ou moins hydrolysées ou oxydées (²).

D'après L. Margaillan, l'huile de pépins frais, préparée avec soin, s'oxyde facilement surtout en présence de pépins broyés : son indice d'acétyle initial est insignifiant, mais celui-ci s'élève pour les huiles industrielles obtenues de pépins broyés, conservés longtemps avant l'extraction par solvant, sans que toutefois sa valeur dépasse 50.

Cependant, après de patientes séparations des acides gras, d'autres auteurs attribuent l'indice d'acétyle de l'huile de pépins à des glycérides d'acides-alcools. E. André (³), utilisant les savons de lithium dans ces séparations, montre que les acides-alcools auraient de 10 à 14 atomes de carbone; l'un serait saturé, l'autre monoéthylénique. E. Carrière, Brunet et

---

(¹) J. Marcusson, dans son *Manuel pour l'industrie des huiles et graisses*, page 65 de la traduction française (Paris 1929, Béranger), continue cependant de faire le rapprochement entre ces deux huiles.

(²) Outre le Traité classique de Lewkowitsch, cf. G. Bouchard, *Introduction à l'étude des matières grasses*, p. 57 et suiv. (Dunod, Paris 1908); L. Margaillan, *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 306, et *Ann. Comb. liq.*, **2**, 1927, p. 825.

(³) E. André, *Comptes rendus*, **172**, 1921, p. 1413; **175**, 1922, p. 107; **176**, 1923, p. 843.

Mlle Cros [1], effectuant des précipitations fractionnées des savons de calcium d'une huile industrielle, accumulent les acides-alcools dans une fraction à poids moléculaire moyen élevé (318), où ils caractérisent l'acide érucique $C^{22}H^{42}O^2$.

Il nous a semblé qu'un moyen très simple de constater que l'huile de pépins de raisins ne renfermait pas d'acide ricinoléique, consistait à la soumettre à la décomposition thermique sous pression réduite, dans les conditions où l'huile de ricin se scinde en œnantol (heptanal) et acide undécylénique. La pyrolyse d'huiles industrielles de diverses provenances, notamment un échantillon de la région viticole de Montpellier [acidité : 25,7 pour 100 en acide oléique; indice d'acétyle (E. André) 82,3], un échantillon d'origine algérienne (acidité 18,2 pour 100 et indice d'acétyle 88,9), n'a donné que des traces d'aldéhyde non saturé, révélé par le réactif de Schiff, tandis qu'on recueille environ 20 pour 100 du poids de l'huile traitée, en acides gras saturés et non saturés de poids moléculaire moyen élevé (303 à 339).

La décomposition pyrogénée se fait d'autre manière avec le savon sodique de ricin : elle fournit l'acide sébacique, le méthylhexylcarbinol et la cétone correspondante. Le même traitement appliqué à l'huile de pépins de raisins ne permet d'isoler qu'une fraction alcoolique insignifiante, donnant un phtalate acide huileux.

Ces expériences confirment donc que l'huile de pépins de raisins industrielle ne renferme pas d'acide ricinoléique, et elles montrent qu'il ne s'y trouve pas, en quantité appréciable, d'autre acide-alcool éthylénique susceptible de se scinder en aldéhyde saturé et acide non saturé.

Poursuivant ces recherches sur la pyrolyse des huiles à indice d'acétyle notable, nous avons aussi décomposé dans le vide une *huile* d'*Hevea brasiliensis*, extraite de graines provenant d'Indochine [acidité 31,8 pour 100 en acide oléique; indice d'acétyle (E. André) 48,7] : nous avons condensé près de la moitié du poids d'huile; le fractionnement ultérieur, sous 14^{mm}, des produits recueillis, ne permet d'isoler entre 80 et 140° que 1 pour 100 environ de liquide colorant très faiblement le réactif de Schiff, et la majeure partie, constituée par des acides gras, passe entre 200 et 230° (poids moléculaire moyen 312).

Nous continuons ces pyrolyses, au fur et à mesure des possibilités d'approvisionnement en huiles à indice d'acétyle élevé.

---

(1) E. Carrière et Brunet, *Comptes rendus*, **185**, 1927, p. 1516, et avec Mlle Cros, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, **43**, 1928, p. 143.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Migration 1-3 de groupes aminés. Mécanisme. Applications à d'autres réactions analogues.* Note de M. **Joseph Robin**, présentée par M. Delépine.

1. Nous avons signalé précédemment, le cas d'isomérie présenté par des dérivés arylaminés de diaryl-aryléthinylcarbinols ([1]) : transformation, par exemple, du corps azoté incolore (I) en corps azoté jaune (II)

$$\begin{array}{l} C^6H^5 \\ C^6H^5 \end{array}\!\!>\!\underset{\displaystyle NHC^6H^5}{\overset{1}{C}}-\overset{2}{C}\equiv\overset{3}{C}-C^6H^5 \quad (I). \qquad \begin{array}{l} C^6H^5 \\ C^6H^5 \end{array}\!\!>\!C=CH-\underset{\displaystyle NC^6H^5}{\overset{}{C}}-C^6H^5 \quad (II).$$

Cette isomérisation présente l'intérêt de se rapprocher d'une autre déjà connue : celle d'un carbinol acétylénique en cétone éthylénique ([2]), réaction étendue, par la suite, à la production d'aldéhydes éthyléniques ([3]).

2. Le passage de la formule (I) à la formule (II) pourrait s'effectuer par la migration en 3 d'un des groupes phényles lié au carbone 1, avec production du corps allénique intermédiaire (III). Ce dernier, après réarrangement interne, donne le corps (IV), identique à (II),

$$C^6H^5-\underset{\displaystyle NHC^6H^5}{\overset{1}{C}}=\overset{2}{C}=\overset{3}{C}\!<\!\begin{array}{l} C^6H^5 \\ C^6H^5 \end{array} \quad (III). \qquad C^6H^5-\underset{\displaystyle NC^6H^5}{\overset{}{\underset{\Vert}{C}}}-CH=C\!<\!\begin{array}{l} C^6H^5 \\ C^6H^5 \end{array} \quad (IV).$$

Si cette hypothèse était exacte, dans la série du diphényl-*p*-tolyléthinylcarbinol, le dérivé incolore (V) devrait se transformer en un isomère jaune (VI)

$$\begin{array}{l} C^6H^5 \\ C^6H^5 \end{array}\!\!>\!\underset{\displaystyle NHC^6H^5}{C}-C\equiv C-C^6H^4.CH^3 \quad (V). \qquad C^6H^5-\underset{\displaystyle NC^6H^5}{\underset{\Vert}{C}}-CH=C\!<\!\begin{array}{l} C^6H^5 \\ C^6H^4.CH^3 \end{array} \quad (VI).$$

Or, nous avons établi que ce dérivé janne répondait, non à la formule (VI), mais à la formule

$$(C^6H^5)^2C=CH-C(=NC^6H^5)-C^6H^4.CH^3,$$

([1]) J. Robin, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 790.

([2]) Meyer et Schuster, *D. ch. G.*, 55, 1922, p. 819. — Ch. Moureu, Ch. Dufraisse et Mackall, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 33, 1923, p. 934.

([3]) H. Rupe et ses collaborateurs, *Helv. Chim. Act.*, 2, 1928, p. 449 et suiv.

qui ne peut être obtenue par la migration d'un phényle à partir de (V) ([1]).

3. Deux autres mécanismes peuvent encore être envisagés : 1° migration pure et simple d'un reste aminé, de la position 1 à la position 3, suivie de réarrangements intramoléculaires ; 2° addition d'un réactif auxiliaire sur la triple liaison, suivie d'une élimination et des réarrangements voulus.

Deux hypothèses analogues ont été déjà émises par plusieurs auteurs pour interpréter l'isomérisation des carbinols acétyléniques en cétones : migration pure et simple de l'oxhydryle ou addition d'eau sur la triple liaison. Mais aucun fait décisif n'avait permis de choisir entre elles, car il est difficile d'écarter l'intervention toujours possible de molécules d'eau provenant de l'humidité des réactifs.

De prime abord, notre isomérisation de dérivés arylaminés aurait pu être considérée comme un exemple typique de migration 1-3, sinon comment expliquer la présence en 3 de tout un groupement, le reste arylaminé, primitivement situé en 1 ? Les arylamines n'étant pas des agents aussi répandus que l'eau, on ne peut pas invoquer leur intervention aussi simplement que celle de l'humidité.

Pourtant nos expériences ne sont pas en faveur de l'hypothèse d'une migration.

La transformation n'est possible, en effet, comme nous l'avons souligné dans notre Note antérieure, qu'en présence d'un catalyseur, le chlorhydrate d'aniline. Elle ne se fait pas avec l'aniline libre : il semble donc que l'acide chlorhydrique joue un rôle indispensable.

Nous pouvons alors imaginer l'addition, sur la triple liaison, de ClH provenant de la dissociation partielle du chlorhydrate d'aniline, puis réaction, suivant le schéma ci-dessous, de l'aniline libérée :

$$\begin{array}{lcccl}
\begin{matrix} C^6H^5 \\ C^6H^5 \end{matrix}\!\!>\!C & \text{————} & C & - & C\text{—}C^6H^5 \\
\quad\;\; | & & | & & \\
\quad NHC^6H^5 & & H & & Cl + HNHC^6H^5
\end{array}$$

ensuite élimination, sous forme d'aniline, du reste aniliné primitif, et enfin reconstitution du catalyseur par la base et l'acide libérés.

Pour appuyer cette hypothèse, nous avons cherché à isoler ces produits d'addition, dont nous admettons la production intermédiaire, en faisant réagir directement ClH sur les dérivés du type I. Avec les corps aryl-

---

([1]) Cette démonstration rappelle celle qu'ont donnée Meyer et Schuster pour l'isomérisation des carbinols acétyléniques (*loc. cit.*).

aminés, la réaction est masquée par des phénomènes accessoires. Nous avons alors pris le cas, plus simple, des éthers chlorhydriques

$$(Ar)^2 CCl - C \equiv C - Ar,$$

et nous avons réussi, effectivement, à obtenir dans deux séries, des chlorhydrates bien définis, mais très peu stables. Le chlorhydrate

$$(C^{25}H^{17}Cl, HCl)$$

de l'éther chlorhydrique du diphényl-β-naphtyléthinylcarbinol est un composé incolore de Pf environ 155°, celui ($C^{21}H^{14}BrCl, HCl$) de l'éther chlorhydrique du diphényl-*p*-bromophényléthinylcarbinol, un corps incolore de Pf environ 100°. Ces corps sont très sensibles à l'action de l'humidité qui les transforme en cétone éthylénique $(Ar)^2C = CH - CO - Ar$. Ce fait conduit à leur attribuer une formule du type

$$(Ar)^2CCl - CH = CCl - Ar.$$

Notre hypothèse reposant sur une addition d'acide chlorhydrique sur la triple liaison de dérivés du même type, se présente donc comme très admissible.

En résumé, d'après nos données actuelles, la migration 1-3 de restes arylaminés ne serait qu'une apparence : la transformation consisterait essentiellement en une addition, laquelle serait suivie d'élimination, puis de réarrangements intramoléculaires.

L'interprétation proposée paraît s'appliquer à plusieurs réactions où pouvait être invoquée une migration 1-3 de divers groupements, par exemple les transformations de carbinols acétyléniques, de leurs éthers-sels ou de leurs éthers-oxydes, qui s'effectuent toutes en milieu acide.

GÉOLOGIE. — *Sur la limite inférieure du Quaternaire dans les Pyrénées-Orientales*. Note (1) de M. **Octave Mengel.**

« Il n'est aucun terrain, dit Haug, dont la délimitation et la classification aient été l'objet d'autant de divergences entre les auteurs. La cause doit en être cherchée dans les points de vue extrêmement variés auxquels on s'est placé, et surtout dans le fait qu'ici les transgressions marines ne

(1) Séance du 3 novembre 1930.

jouent plus qu'un rôle tout à fait secondaire dans l'établissement des coupures stratigraphiques. »

M. Gignoux se basant sur l'évolution sur place de la faune pliocène à la faune quaternaire, et prenant en considération la superposition normale des sédiments marins où se fait cette évolution sur les assises astiennes, en conclut à la continuation du cycle de remblaiement pliocène jusqu'à la partie supérieure de cette assise, qu'il dénomme l'étage *Calabrien*, équivalent du Pliocène supérieur continental, le *Villafranchien*. Cet étage pouvant, suivant les régions, atteindre des altitudes de 1000^m : 400^m en Calabre, par exemple, et 280^m dans la région de Castellar quarto ([1]).

Depéret ([2]) admet les dépôts marins littoraux suivants : 325^m, 265^m, 204^m, 148^m, 100^m, 60^m, 30^m et 18^m. Mais il range dans le Pliocène les rivages d'altitude supérieure à 100^m (*Sicilien*). Toutefois, ignorant l'existence en Roussillon du rivage de 100^m, que j'ai signalé en 1920 ([3]) à l'extrémité orientale des Pyrénées, c'est au niveau de 60^m qu'il fait débuter le Quaternaire des Pyrénées-Orientales.

Haug, au contraire, regardant l'apparition brusque de types nouveaux d'origine asiatique, des genres *Equus*, *Elephas meridionales*, *Bos*, dans le Villafranchien comme un événement assez important pour justifier l'établissement d'une coupure importante, plaça le Villafranchien dans le Quaternaire.

Les arguments produits par ces maîtres et basés d'une part sur un *synchronisme* d'ordre paléontologique et d'autre part sur la *continuité* stratigraphique des dépôts s'opposent les uns aux autres.

Après avoir constaté la longue série de phénomènes de sédimentation qui s'est poursuivie pendant tout le Pliocène pour se terminer au Calabrien supérieur et en avoir tiré conséquence pour ranger le Calabrien dans le Pliocène, malgré la constatation qu'il fait de l'extrême rareté, vers 280^m des espèces éteintes, M. Gignoux ajoute, comme s'il doutait de l'argument paléontologique : « *Nous appellerons Quaternaire, par définition, toute formation qui se présentera discontinue avec le Pliocène.* » En conséquence, après avoir reconnu que le Calabrien peut s'élever soit à 1000^m, soit à 300^m d'al-

---

([1]) GIGNOUX, *L'étalage calabrien sur le versant nord-est de l'Apennin* (*B. S. G. Fr.*, 4e série, **14**, 1915, p. 322).

([2]) DEPÉRET, *Essai de coordination chronologique des temps quaternaires* (*Comptes rendus*, **166**, 1908, p. 480).

([3]) *Deux anciennes lignes de rivage du Roussillon* (*Comptes rendus*, **170**, 1920, p. 663).

titude et que les dépôts du Sicilien se maintiennent à une altitude sensiblement constante de 90 à 100m sur le pourtour méditerranéen, il en tire argument pour préciser l'établissement d'un régime différent à partir de la constitution du littoral de 90-100m.

Or, en 1914, je signalais (1) deux cordons littoraux, l'un d'altitude allant de 150 à 225m du Sud au Nord, appartenant au Pliocène supérieur, l'autre d'altitude *uniforme*, de 280m, et je rangeais ce dernier dans le Quaternaire. Ce cordon caillouteux n'existe qu'au débouché des vallées principales déjà ébauchées à la fin du Pliocène supérieur, mais généralement suivant des thalwegs plus au Sud que les thalwegs actuels. En certains points, comme dans la vallée de l'Ayly, ce rivage de 280m s'accuse par des falaises portant encore l'empreinte de l'usure par les flots, ailleurs, sur le versant nord des Albères, du Boulou à Ceret, notamment, et au cap de Creus, il est marqué par des méplats alluvionnaires portant les cultures.

J'ai retrouvé cet horizon sur le revers méridional des Pyrénées (2), ainsi que sur le revers N et NE du Montseny. J'ai l'impression que le régime quaternaire est tout différent au sud-est de ce massif. La topographie n'y accuse rien de semblable aux terrasses du Roussillon et de l'Ampurdan. Le Sicilien marqué sur les cartes espagnoles au nord-ouest de Barcelone n'a aucune ressemblance avec le Sicilien du Roussillon. Il s'agit simplement d'un Pliocène à l'altitude de 100m.

Le cailloutis du littoral de 280m, qu'il repose sur un substratum vierge de tout dépôt pliocène (silurien à Céret, dévonien à Thuir, albien à Paziols), ou sur les dépôts discordants de l'Astien (Boulternère, notamment), est toujours horizontal ou très légèrement ondulé (causse de Thuir).

Le niveau de 280m est donc en Roussillon tout à fait indépendant du Pliocène. Il me paraît par suite logique, d'après la définition même de M. Gignoux, de le rapporter au début du Quaternaire et de voir en lui, d'après sa situation par rapport à l'Astien et au Sicilien, le représentant du Calabrien que, d'ailleurs, M. Gignoux note à cette altitude dans les Apennins.

---

(1) *Comptes rendus*, 158, 1911, p. 145.

(2) O. Mengel, *Continuitad de las terrazas antigas de* 100, 225 *y* 280 *metros, en las dos vertientes del extremo oriental de los Pyreneos* (*Mém. Real Ac. de C. y Artes de Barcelona*, 3e ep., 16, iv, 1920, p. 1-6).

GÉOLOGIE. — *Sur les rapports des zones subbétique et pénibétique à hauteur d'Archidona-Alfarnate* (Prov. de Malaga et de Grenade). Note [1] de M. **Maurice Blumenthal.**

Le long du haut plateau entre Loja et Campillos, occupé principalement par la zone du Trias d'Antequera, on peut distinguer une zone pénibétique au Sud et une zone subbétique au Nord. Tandis que cette distinction est bien nette dans le nord de la province de Malaga, les lignes de séparation sont plus difficiles à tracer vers l'Ouest et l'Est.

Si l'on fait la transversale de la chaîne dans le coin orographique, formé par le ressaut vers le nord des montagnes de Loja et l'arête principale Torcal-Alfarnate, on coupe les diverses unités tectoniques dans un arrangement compliqué et intéressant [2].

La zone subbétique fait partie dans cette traverse avec la chaîne d'*Archidona*. Les calcaires clairs de petit massif elliptique, antérieurement attribués au Jurassique supérieur, doivent être considérés comme Lias; bien qu'une série de transition (calcaires marneux, lités) paraissent les unir au Crétacé (marno-calcaires, néocomiens) reposant dessus, leur faune révèle le Lias. Au point de vue structural les montagnes d'Archidona forment un anticlinal droit ou incliné vers le Nord-Ouest, traversé par une faille oblique. Il est à noter que des restes épars de marnes triasiques sont pincés dans le flanc sud-ouest de l'anticlinal; ils se rattachent à la large bande du Trias citrabétique d'Antequera, connue par sa structure chaotique; ils indiquent donc une superposition du Trias sur des formations subbétiques.

Une position intermédiaire entre le Subbétique et le Pénibétique occupe la petite coupole anticlinale de la *Sierrecilla de Salinas* au sud-est de la chaîne d'Archidona, émergeant en demi-fenêtre de la zone triasique. Formé de Lias alpin, reconnu déjà par la Mission d'Andalousie, cette petite coupole, entourée d'une auréole de Crétacé, doit probablement être jointe aux éléments pénibétiques qui forment l'immense massif calcaire de Loja.

Le bord intérieur (Sud et Sud-Est) de la zone d'Antequera est limité dans notre transversale par du Flysch qui se rattache aux différentes struc-

---

(1) Séance du 10 novembre 1930.

(2) Voir les cartes citées dans la Note précédente (*Comptes rendus*, 191, 1930, p. 952).

tures pénibétiques et se superpose mécaniquement au Trias. Au sud-est de Salinas, c'est la couverture tertiaire de la masse calcaire de Loja qui recouvre les marnes et gypses citrabétiques. Le long de la ligne du Rio Guadalhorce, le Flysch pénibétique suit le bord du Trias en laissant comme témoins de charriage quelques restes isolés sur le dos triasique; quelques boutonnières de Trias (Villanueva de Trabuco) indiquent la position du dernier vers le Sud : c'est le même Flysch qui se réunit à la zone de Colmenard (bord septentrional du Bétique) en passant en dessous de la masse flottante (Sra. de Saucedo, etc.), mentionnée dans une Note précédente.

L'extension du Flysch et de sa base marneuse crétacique, entre Loja (Rio Frio) et les environs au sud-est d'Antequera, est interrompue par une ligne d'accidents qui font saillie sous forme de montagnes rocheuses; ce sont la *Sra. Gibalto,* la Sra. Buitreras-Alto de la Rreña et quelques pointements calcaires entre les deux. On trouve ici un développement typique du Lias alpin avec fausses brèches, probablement toarciennes, ce qui n'est guère le cas dans les zones médiane et interne; le Jurassique supérieur et le Crétacé paraissent avoir été enlevés par l'érosion antérieure au Flysch. Nous considérons ces montagnes comme une *zone externe du Pénibétique*, comparable à celle de Ronda. Leur continuation se retrouve vers l'Est dans l'Hacho de Loja et la Sra. Elvira. Au point de vue structural, la manière de percer brusquement la couverture tertiaire et le déversement de l'anticlinal vers le Nord-Ouest est remarquable. C'est au-dessus du Gibalto que se place la grande masse calcaire de Loja qui, en arrière, près de Zaffaraya, semble s'attacher normalement à la base bétique. Entre cette masse jurassique de la Sra. Gorda et le Gibalto devrait se trouver la série flottante établie auparavant : mais celle-ci termine au sud de Gibalto avec une partie frontale qui semble l'unir au Flysch pénibétique, appuyé contre elle.

En continuant notre coupe vers le Sud-Est, au delà de la « série flottante », aux environs d'Alfarnate, on constate des anticlinaux et des écailles importants, formant des montagnes très abruptes. Un grand anticlinal à noyau triasico-liasique et à direction aberrante (NW-SE) forme la chaîne du Gallo; d'autres structures sont droites ou accusent une poussée locale vers le SSW. Le Bétique se redresse ici (Riogordo) et décrit dans la zone de Colmenar (Flysch) un noyau de formations anciennes, ce qui fait ressortir le peu de profondeur de la « cuvette » de Flysch et souligne les rapports immédiats avec le Pénibétique.

Arrivé au Sud, au socle bétique, nous résumons les différents rapports

structurals comme suit : *La base bétique, couronnée par des éléments pénibétiques, se sectionne vers le Nord ;* au massif partiel de Riogordo succèdent les *plis et les écailles d'Alfarnate* (zone interne) qui, eux-mêmes, sont remplacés vers l'Est par la grande masse calcaire de Loja (Sra, Gorda) ; *un complexe charrié* (Boca del Asno-Puerto Alazores) *s'introduit entre ses éléments et la zone externe* (Gibalto). L'ensemble de ces structures, sauf la masse flottante, plus ou moins solidaires au Bétique, montre *une poussée vers et sur la zone triasique d'Antequera* qu'elle chevauche sur un grand parcours. *Comme un grand dôme d'allure extravasé, cette masse triasique émerge et chevauche au Nord la zone subbétique d'Archidona. Elle masque une ligne structurale de premier ordre ;* l'occurrence d'une nouvelle unité tectonique (les Rondaïdes et les Alpujarrides à Trias alpin) située au-dessous du complexe bétique-pénibétique en fait ressortir l'importance.

OCÉANOGRAPHIE. — *Colonnes volcaniques liquides sous-marines.* Note [1] de M. J. **Thoulet.**

Des graphiques densimétriques déduits des cotes recueillies par le *Challenger* dans les divers océans montrent qu'en diverses stations les cotes se rapportant respectivement à chacune des trois caractéristiques variables σ_θ, σ_0 et θ descendent et s'élèvent en colonnes sensiblement verticales. Certaines d'entre elles montrent sur une portion plus ou moins considérable de leur étendue, soit en montant, soit en descendant, une série de valeurs numériques régulièrement croissantes ou décroissantes. Ces colonnes relient sur une longueur variable le sol, quelque profond qu'il soit, avec la surface. Leur existence établie graphiquement, c'est-à-dire d'une façon indiscutable, s'explique de la manière suivante :

Les cotes en θ ont près du sol leur valeur minimum et augmentent régulièrement de bas en haut ; les valeurs en σ_θ augmentent au contraire en descendant ; celles en σ_0 restent sensiblement les mêmes tout en assurant souvent une légère augmentation en montant. Quelle que soit leur nature, elles découvrent l'économie, la pérennité et la progression, au sein de l'océan, du grand cycle naturel de la transformation continue de l'eau salée en eau douce et de l'eau douce en eau salée, grâce à un brassage

(1) Séance du 3 novembre 1930.

facile à constater, de sorte que le liquide garde toujours le même titre salin et assure ainsi la régularité de l'évaporation superficielle.

La portion centrale du Pacifique fournira un exemple de ces colonnes. On y a groupé les cotes en σ_θ, σ_0 et θ en trois graphiques distincts, à la même échelle, permettant l'observation et la comparaison simultanées du rôle individuel de chaque caractéristique dans l'œuvre totalisée de la colonne. L'eau de la surface, en partie évaporée et par conséquent alourdie, descend à travers la masse liquide de l'océan. Échauffée par les émanations volcaniques jaillissant du sol inondé et affirmées par tant de preuves, ainsi allégée, elle commence à s'élever verticalement à travers les couches d'eau sus-jacentes de moins en moins froides qui favorisent son ascension et elle monte jusqu'au moment où, rencontrant plus ou moins haut une couche d'eau de même σ_0 que celle qu'elle possède elle-même, elle cesse de s'élever et se confond avec le milieu ambiant. Elle est alors prête à subir la même évaporation dans des conditions identiques à celles qu'elle a subies et subira encore tant de fois et à fabriquer de nouveau de l'eau douce. Le grand cycle de l'eau dans la nature à travers l'océan aérien et l'océan liquide est donc désormais fermé, aidé par la très faible diffusibilité thermique et saline de l'eau douce ou salée.

BOTANIQUE — *Sur la répartition en zone du* Rivularia bullata *Berkeley*. Note de M. **Adrien Davy de Virville**, présentée par M. Louis Mangin.

Le *Rivularia bullata* est une petite Cyanophycée marine, à frondes bulleuses, d'un vert de bronze, atteignant tout au plus quelques centimètres de diamètre. Elle n'est d'ailleurs visible à l'œil nu, sur les rochers abandonnés par la mer, que de juillet en octobre. Cette algue a été observée pour la première fois aux Sables-d'Olonne et à Piriac, par A.-P. De Candolle, en 1806, au cours de son célèbre voyage botanique dans l'ouest de la France. Depuis lors les botanistes lui ont donné au moins 16 noms différents que je rappelle ici, autant pour bien préciser l'espèce dont je veux parler que comme un curieux exemple de la confusion résultant de la synonymie souvent fort embrouillée des Cryptogames. Elle a donc été nommée successivement : *Ulva bullata*, par De Candolle ; *Clavatella viridissima*, par Bory de Saint-Vincent ; *Alcyonidium bullatum*, par Lamouroux ; *Rivularia nitida*, par Desmazières ; *Rivularia cerebrina*, par Montagne ; *Physactis lobata*, *bullata*, *spiralis*, *pilifera*, ou *Heteractis pruniformis*, par Kutzing ; *Rivularia*

bullata, par Berkeley; *Scytochloria nitida*, par Harvey; *Physactis nitida*, par Westendorp; *Chætophora chlorites* ou encore *Rivularia deformis an nitida*, par Shouboe.

Or en étudiant la répartition des végétaux marins dans la baie de Saint-Malo, j'ai constaté que le *R. bullata* formait, du moins en certains points, une véritable zone de végétation, fait qui n'a encore jamais été signalé avec précision, à ma connaissance.

Prenons comme exemple l'île de Cézembre, au large de Saint-Malo, sur laquelle ont porté mes premières observations.

Le *R. bullata* commence à se montrer au même niveau que le *Lichina pygmoea*, soit au niveau moyen des pleine mer de morte-eau. D'autre part, il descend jusqu'au niveau des *Fucus vesiculosus*. Mais c'est au niveau des *F. platycarpus* et dans la moitié supérieure de la zone à *F. vesiculosus* qu'il atteint son plus grand développement, couvrant parfois complètement de grandes étendues de rochers de son petit thalle vert bleuâtre, mais seulement lorsque ces *Fucus* font défaut ou sont peu nombreux. Dans la partie supérieure de sa zone, ou à la limite de son aire, l'espèce se réfugie au milieu des touffes de *Lichina pygmoea* qui semblent avoir un double rôle physique et biologique. Elles protègent l'algue contre la dessiccation pendant la longue période où elle se trouve abandonnée par la mer à marée basse; d'autre part, on sait que c'est un *Rivularia*, et peut-être précisément l'espèce *bullata*, qui fournit les gonidies de ce *Lichina*. De plus on peut remarquer que, comme le *Caloplaca marina*, le *R. bullata* colonise de préférence toutes les pointes de rochers et surtout celles qui sont exposées au Sud. Enfin il n'existe que sur les côtes méridionales de l'île qui, tournées vers le continent, sont par suite relativement abritées.

Ces faits ne sont point particuliers à Cézembre. Ils peuvent également s'observer sur tout le littoral de la baie de Saint-Malo ainsi que sur certains récifs de cette baie (Fort National, Petit et Grand Bey, Haumet, Grand Jardin, Haies de la Conchée, Grand Chevreuil, etc.). Car cette espèce n'existe pas sur les rochers ni trop abrités, ni trop battus : comme l'a bien vu P. de Bauchamp. Dans le premier cas, elle se trouve en concurrence avec les *F. vesiculosus* ou *serratus* qui empêchent son développement; et, dans le second, elle ne peut, comme presque toutes les autres Algues, supporter la violence des vagues. Elle se comporte donc tout à fait comme l'*Ascophyllum nodosum* qui, elle, se développe exclusivement dans les endroits abrités. Or, de ce que l'*A. nodosum* fait défaut sur les côtes battues (il n'existe, par exemple, sauf à Cézembre qui est une véritable île, sur aucun des récifs

isolés en pleine mer de la baie de Saint-Malo), ce n'est pas une raison pour nier que cette espèce forme une zone de végétation parfaitement nette et décrite, d'ailleurs, par la plupart des auteurs qui s'occupent de Bionomie marine.

Le même raisonnement me paraissant s'appliquer au cas du *R. bullata*, je proposerai une nouvelle classification des zones de végétation marine basée sur leur distinction en *zones fondamentales* composées d'organismes ne faisant jamais ou très rarement défaut sur les côtes, et, en *zones de remplacement*, constituées, au contraire, par des végétaux suffisamment abondants pour être caractéristiques d'un niveau donné, mais ne se rencontrant que dans certaines conditions biologiques, seuls ou mêlés aux précédents.

Zones fondamentales.	Zones de remplacement.	
	Mode abrité.	Mode semi-battu.
1. *Xanthoria parietina*	–	
2. *Caloplaca marina*	–	–
3. *Verrucaria Maura*	–	–
4. *Lichina confinis*	–	–
5. *Lichina pygmæa*	–	–
6. *Pelvetia canaliculata*	–	–
7. *Fucus platycarpus*	–	*Rivularia bullata*
8. *Fucus vesiculosus*	*Ascophyllum nodosum*	–
9. *Fucus serratus*	–	–
10. *Laminaria flexicaulis*	–	–

Cette classification qui comprend certainement, surtout en ce qui concerne les zones de remplacement, des lacunes que l'avenir comblera, doit s'appliquer au littoral de l'océan Atlantique et des mers communiquantes où le jeu des marées et l'effet de la latitude permettent le développement des végétaux envisagés. On sait, en particulier, que le *R. bullata* dont la répartition rappelle celle de la plupart des Fucacées constituant ces zones biologiques, s'étend depuis l'Islande, vers le Nord, jusqu'à Tanger et aux îles Canaries vers le Sud.

ZOOLOGIE. — *Les larves de Semper des eaux indochinoises.* Note (1) de M. C. N. Dawydoff, présentée par M. M. Caullery.

Les larves des Zoanthides, connues sous le nom de « larves de Semper » et auxquelles E. Van Beneden a donné les noms génériques de *Zoanthella*

(1) Séance du 17 novembre 1930.

et *Zoanthina*, ne se rencontrent, en général, que dans les mers tropicales. Très peu de naturalistes ont pu les voir vivantes (Semper, 1867; Conklin, *Papers Tortugas Laborat.*, 2, 1908). Les Zoanthides sont abondants et variés dans les eaux indochinoises, mais leurs larves *Zoanthella* et *Zoanthina* ne sont qu'occasionnelles, tout au moins dans le plancton de surface. Telle est tout au moins la leçon d'un an et demi de recherches systématiques en divers points : sud de l'Annam, Poulo-Condore et golfe du Siam.

Je n'ai vu *Zoanthella* que trois fois : dans la baie de Nhatrang (VII, 29, 2 exemplaires); dans la baie au sud-ouest de Poulo-Condore (II, 30, 1 ex.); enfin, dans les eaux de Poulo-Ḍawa (golfe du Siam) [IV, 30, 1 ex.]. Les larves des deux dernières stations appartiennent au type de *Z. Henseni*, établi par E. Van Beneden pour des échantillons de l'Atlantique tropical (îles du Cap Vert). Elles sont piriformes; allongées, plutôt cylindriques dans leur région orale et élargies dans l'aborale. La bouche, ronde, assez large, n'est pas terminale, mais nettement dorsale. Il n'y a pas de pore aboral. La longueur est de 6-8^{mm}. Il y a une riche pigmentation. La face dorsale est d'un brun sépia foncé avec une belle nuance violette; la face ventrale est plus claire.

Sur cette face ventrale, un sillon médian peu profond renferme l'organe locomoteur caractéristique : une bande longitudinale de très puissants flagelles bien individualisés, commençant juste en arrière de la bouche et se poursuivant sur les deux tiers de la longueur du corps.

Les deux larves de la baie de Nhatrang présentent une particularité intéressante. Au premier coup d'œil, on reconnaît ce remarquable type de *Zoanthella*, décrit par Conklin (1908) de Tortugas (Floride), dans les eaux du golfe du Mexique. Les flagelles de la bande ventrale y sont agglutinés et forment une membrane ondulante, les seules extrémités flagellaires restant individualisées. La lumière, jouant sur cette membrane, donne de fort belles irisations. L'une de ces larves est de taille moyenne (7^{mm}), l'autre est beaucoup plus grande, atteignant étalée 11^{mm} de long sur 2,5 de large au niveau de sa région aborale dilatée. La forme n'est pas cylindrique comme celle des types de Tortugas, mais déprimée dorso-ventralement. Aussi la larve peut-elle sembler vermiforme. Il y a deux sillons médians; l'un ventral, véritable gouttière contenant l'organe locomoteur, l'autre dorsal, peu profond et indiqué seulement dans la moitié aborale du corps. Ce dernier sillon contourne le pôle aboral dilaté, en le subdivisant en deux lobes latéraux, puis va se jeter dans la gouttière ventrale, à peine perceptible dans cette région. La bouche est toujours nettement dorsale. Pas de pore aboral. La teinte générale est jaune ocre assez clair, uniforme sur la face ventrale

et compliquée, sur la dorsale, de nombreuses taches d'un brun sépia, irrégulièrement étoilées, anastomosées par leurs rayons, donnant l'aspect de marbrures. Je propose, pour cette larve, le nom de *Zoanthella Conklini*.

Zoanthina ne fut capturée qu'à Poulo-Condore (I, 30; 2 ex.) et les deux exemplaires appartiennent à la même espèce. Ce sont des larves ovoïdes, très allongées suivant leur axe vertical (oro-aboral). D'un pôle à l'autre, s'étendent 6 sillons méridiens équidistants, correspondant aux 6 macroseptes. Un sillon orthogonal aux méridiens, logeant la bande ciliée circulaire caractéristique des *Zoanthina*, divise le corps en deux hémisphères inégaux, l'oral beaucoup plus petit que l'aboral et ne faisant qu'un tiers de la longueur totale. Son centre porte une bouche en fente allongée. Il n'y a ni papilles orales ni pore aboral. Le sillon cilié est peu profond et, lorsque la larve nage, l'appareil ciliaire est bien visible et donne un très bel aspect. Excitée, la larve se contracte fortement, devient presque sphérique, son sillon se creuse et l'appareil ciliaire y disparaît. La teinte générale est assez claire, rose, légèrement lavée de violet; de petites taches indigo, à contours mal définis, sont disposées très régulièrement en trois cercles parallèles, chacun fait de 6 taches, placées chacune sur une crête méridienne. En nageant, ces *Zoanthina* se tiennent toujours verticalement, leur pôle oral en haut et tournent autour de leur axe oro-aboral.

Les *Zoanthella* pratiquent deux sortes de locomotion. Elles nagent avec leurs cils et se tiennent alors verticalement, leur pôle aboral élargi étant tourné vers le bas; elles tournent autour de leur axe vertical et se déplacent suivant une trajectoire spiralée. La larve peut aussi se déplacer par le jeu de la musculature; elle s'oriente alors horizontalement et se déplace très rapidement, en ondulant à la manière d'un serpent; son pôle oral est alors tourné en arrière. Mais ce mode de locomotion est plutôt rare.

CHIMIE ORGANIQUE ET BIOLOGIQUE. — *Destruction, dans la graine de* Soja hispida, *de l'un des ferments sans suppression de l'activité de deux autres* (¹). Note de MM. **R. Fosse**, **A. Brunel**, **P. de Graeve**, **P.-E. Thomas** et **J. Sarazin**, présentée par M. Émile Roux.

1. Quelques centièmes de milligramme d'urée ou d'acide glyoxylique peuvent être reconnus : le premier corps, sous forme de xanthylurée; le second, par sa réaction colorée avec le mélange phénylhydrazine-ferricyanure HCl,

(¹) R. Fosse, *L'urée*, 1928, p. 3-41, 183-198, 216-226; *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 106, 426, 1067, 1418, 1632; **189**, 1929, p. 213, 716; **190**, 1930, p, 79, 693; *Comptes rendus Soc. Biol.*, **103**, 1930, p. 67.

ou par sa xanthylhydrazone :

$$CO^2H.CH:N-N\left[CH\begin{matrix}\diagup C^6H^4 \diagdown \\ \diagdown C^6H^4 \diagup\end{matrix}O\right]^2.$$

En appliquant ces réactions à la recherche de l'urée et de l'acide glyoxylique, libérés par hydrolyses appropriées, on décèle aisément de très petites quantités des deux uréides glyoxyliques *naturels* connus : l'*allantoïne* des animaux et des végétaux (Vauquelin et Buniva, 1799; Schulze et Barbieri, 1882), et l'*acide allantoïque* des végétaux (R. Fosse, 1926).

2. L'*acide allantoïque* se scinde quantitativement en ses composants par léger chauffage au contact d'acides minéraux dilués :

$$(1)\qquad \begin{matrix} NH^2 & & NH^2 \\ | & & | \\ CO & COOH & CO \\ | & | & | \\ NH- & CH & -NH \end{matrix} + 2H^2O = 2\begin{matrix} NH^2 \\ | \\ CO \\ | \\ NH^2 \end{matrix} + \begin{matrix} COOH \\ | \\ CH(OH)^2 \end{matrix}$$

Mais les acides méthylallantoïques et uroxanique produisent aussi de l'acide glyoxylique et de l'urée dans ces conditions. L'identification, sans erreur possible, de l'acide allantoïque, impose donc l'obligation d'isoler et d'analyser le corps lui-même ou une de ses combinaisons définies, à l'état de pureté.

C'est sur l'obtention et l'analyse de son dérivé *xanthylé*, d'abord, puis, *mercurique* et, enfin, *argentique* que reposent les découvertes : de l'acide allantoïque comme principe végétal; des deux fermentations qui lui donnent naissance aux dépens de l'allantoïne ou de l'acide urique et, enfin, de son origine purique.

3. L'*allantoïne* se transforme intégralement en acide allantoïque puis en acide glyoxylique et urée par l'action successive des alcalis et des acides :

$$(2)\qquad \begin{matrix} NH^2 & & NH & \\ | & \diagup & & \diagdown \\ CO & CO & & CO \\ | & | & & | \\ NH- & CH & - & NH \end{matrix} \xrightarrow[\text{alcali}]{+H^2O} \begin{matrix} NH^2 & & NH^2 \\ | & & | \\ CO & COOH & CO \\ | & | & | \\ NH- & CH & -NH \end{matrix} \xrightarrow[\text{acide}]{+2H^2O} 2\begin{matrix} NH^2 \\ | \\ CO \\ | \\ NH^2 \end{matrix} + \begin{matrix} COOH \\ | \\ CH(OH)^2 \end{matrix}$$

Mais d'autres corps conduisent, aussi, dans les mêmes conditions, à ces deux produits d'hydrolyse (méthylallantoïnes, acide urique, acides méthyluriques). L'identification *certaine* de l'allantoïne exige donc l'isolement et l'analyse de ce corps pur ou de son dérivé xanthylé.

4. Puisque, sous l'influence des alcalis, l'allantoïne n'est pas seule à engendrer l'acide allantoïque et, par conséquent, l'urée et l'acide glyoxy-

lique après hydrolyse acide, nous avons cherché à obtenir la même transformation en remplaçant le réactif chimique hydratant, non spécifique, par un ferment : *l'allantoïnase*, découverte dans un grand nombre de végétaux, de poissons et chez la grenouille.

Comme source active d'allantoïnase c'est la *Soja hispida* à grain jaune, du commerce, qui a été choisi. Mais cette graine, comme une foule d'autres de la même famille, comme le foie de nombreux poissons et de la grenouille, transforme l'allantoïne et l'acide urique en acide allantoïque, parce qu'elle contient, à la fois, uricase et allantoïnase :

```
         NH—CO                     NH²    NH                  NH²           NH²
         |   |                     |      /\                  |             |
(3)      CO  C—NH      Uricase     CO   CO  CO  Allantoïnase  CO    COOH    CO
         |   ||    >CO ------->    |     |   |  ----------->  |      |      |
         NH—C—NH                   NH—CH—NH                   NH—CH———————NH
```

5. En vue de l'analyse spécifique, qualitative et quantitative de l'allantoïne, il était intéressant de chercher à supprimer dans le soja l'uricase sans détruire l'allantoïnase ni l'uréase. Ce résultat a été acquis en opérant, soit sur un extrait aqueux, soit sur la graine elle-même.

Expérience A. — Chauffer, 30 minutes, à 78°, la macération aqueuse à 1/10 de graine broyée, conservée une nuit à la glacière, puis centrifuger. Placer au bain d'eau, à 40°, les trois milieux :

	E_1.	E_2.	E_3.
Acide urique à $0^g,5/1000$	100^{cm^3}	–	–
Allantoïne à $1^g/1000$	–	100^{cm^3}	–
Urée à $10^g/1000$	–	–	100^{cm^3}
Macération de soja chauffée à 78°	20^{cm^3}	20^{cm^3}	20^{cm^3}
S. carb. d'ammonium	$0^g,12$	$1^g,20$	–
Chloroforme	1^{cm^3}	1^{cm^3}	1^{cm^3}

E_1. Après 15 heures de fermentation, quelques centimètres cubes acidulés par HCl, chauffés une minute à 100°, filtrés et additionnés du réactif phénylhydrazine-ferricyanure HCl ne produisent pas de coloration.

E_2. Après 12 heures de fermentation, le dosage de l'acide allantoïque, sous forme de xanthylurée, montre que la totalité de l'allantoïne a été transformée en acide allantoïque.

E_3. Après 15 heures à 40°, le milieu ne contient plus trace d'urée.

Expérience B. — Des graines du commerce, de récolte récente, détruisant activement l'acide urique, l'allantoïne et l'urée, sont préalablement placées, pendant 48 heures, dans le vide au-dessus de chlorure de calcium. De 13,1 pour 100, l'eau qu'elles contenaient tombe à 6,9 pour 100. Enfer-

mées, ensuite, dans des tubes scellés, de verre mince, on les immerge dans un bain de vaseline, chauffé à l'étuve électrique Jouan, petit modèle. Après 50 heures à 82°, l'uricase est détruite, tandis que l'allantoïnase et l'uréase lui survivent *très actives*. C'est ce que démontrent trois séries d'expériences, instituées en remplaçant dans E_1, E_2, E_3 les 20^{cm^3} de macération chauffée à 78°, par 1^g de soja, privé d'uricase à la suite des deux traitements indiqués.

PARASITOLOGIE. — *Rechutes parasitaires intenses, dues à la splénectomie, au cours d'infections latentes à* Ægyptianella, *chez la poule*. Note [1] de M. E. **Brumpt**, présentée par M. E. Leclainche.

L'ablation de la rate à des animaux atteints de diverses piroplasmoses latentes succédant à des infections aiguës ayant eu pour résultat de provoquer, chez certaines espèces animales, des rechutes parasitaires graves, parfois mortelles, il m'a paru intéressant d'étudier l'effet de cette opération chez des poules ayant présenté, quelques mois ou quelques semaines plus tôt, des accès parasitaires déterminés par un parasite voisin des *Anaplasma*, l'*Ægyptianella granulosa* (Balfour, 1911) (= *Ægyptianella pullorum* Carpano, 1929).

Ce parasite a été découvert par A. Balfour, à Khartoum, en 1907, chez des poules et des oies infectées simultanément de spirochétose. Après de nombreuses expériences, il lui donna, en 1911, le nom de *Spirochæte granulosa penetrans*, tout en admettant qu'il s'agissait peut-être d'un parasite différent des spirochètes, qu'il y aurait alors lieu de classer parmi les piroplasmidés ou les chlamydozoaires. L'absence de toute relation ontogénique avec les spirochètes a été démontrée par Carpano (1929) qui, par des inoculations à des poulets indemnes, a démontré l'individualité de ce germe. Cette dernière était également établie, indépendamment, quelques mois plus tard, au Soudan français, par Curasson et Andrjesky.

Dans le courant du mois de décembre 1928, ayant eu l'occasion de discuter, au Caire, la nature des corps de Balfour avec le professeur Carpano et d'examiner avec lui des préparations des infections expérimentales qu'il avait obtenues, je me promis de rechercher ce parasite à Khartoum, dans la localité même où Balfour l'avait découvert. C'est ce que je fis, en janvier 1929, au Laboratoire Welcome, dirigé par le Dr Archibald, où je rencon-

(1) Séance du 17 novembre 1930.

trai, chez 8 poulets sur 8 de 8 à 10 semaines, achetés au marché, des corps de Balfour, en très petit nombre d'ailleurs. Cinq de ces poulets, que je réussis à rapporter à Paris, en même temps qu'un bon nombre d'autres animaux vertébrés et invertébrés vivants, me permirent de faire diverses expériences dont j'ai signalé les premières, en mai 1929, à la *Société de Pathologie exotique*.

Depuis cette époque, en partant de 2 animaux soudanais, j'ai pu atteindre 6 passages dans un cas, 3 dans un autre, et inoculer avec succès des poules, des oies, des canards et des cailles.

Il m'a été impossible d'infecter 2 dindes, 4 pintades, 6 pigeons, 7 canaris, 2 tourterelles et 6 paddas inoculés avec du sang très riche en parasites, ainsi que quelques cailles originaires d'Egypte, qui devaient présenter une immunité naturelle ou plutôt une immunité active due à une infection spontanée antérieure.

L'état de prémunition des oiseaux infectés par *Aegyptianella* peut être rompue par la splénectomie, ainsi qu'il résulte de deux expériences signalées ci-dessous (186-XI et 1103-XI).

1. *Coq* 186-*XI* (4e *passage*). — Inoculé le 6 septembre 1929, à l'âge de quatre mois environ, avec 2^{cm^3} de sang de la poule 873-X ayant une hématie parasitée par deux champs microscopiques. L'infection évolue, comme d'habitude, sans réaction thermique. Quelques rares parasites sont vus pour la première fois le 9e jour, mais l'infection ne devient intéressante qu'à partir du 19e jour. L'examen quotidien du sang permet alors de voir des parasites de plus en plus nombreux jusqu'au 27e jour, où 50 à 60 hématies, parasitées parfois avec 6 ou 7 parasites, peuvent être comptées dans chaque champ. A partir du 27e jour, leur nombre décroît, en même temps qu'apparaissent les jeunes hématies basophiles, pour atteindre le chiffre de 2 ou 3 par champ le 38e jour.

Le 12 juin 1930, soit 9 mois et 6 jours après la première inoculation, l'animal, dont le sang ne montre pas de parasites, est splénectomisé. La rate pèse $2^{g},58$, ce qui est normal pour un animal de $1^{kg},675$ (1). Six jours après l'opération on observe une hématie parasitée par 40 champs; le 9e jour une par 50; puis 5 le 13e jour, 10 le 14e, 20 le 15e, 30 le 16e; leur nombre décroît ensuite très vite et le 21e jour l'examen de sang est négatif. Ce coq qui avait présenté de l'anorexie et une légère anémie au moment du grand accès parasitaire se remet rapidement. Il est très robuste le 14 novembre 1930 et a beaucoup augmenté, malgré l'absence de rate.

3. *Poule* 1103-*XI* (5e *passage*). — Inoculée le 17 juillet 1930, à l'âge de quatre mois environ, avec le sang du coq 186-XI ne montrant pas de parasites à l'examen direct. Apparition des premiers parasites, d'ailleurs très rares, le 14e jour. Le 26e, on

(1) D'après mes recherches, le poids de la rate des poules saines varie entre 0,100 et 0,150 pour 100.

trouve une hématie parasitée par 5 champs, puis le sang examiné les 32[e], 41[e], 45[e] et 54[e] jours est dépourvu de parasites à l'examen direct. Il s'agit, dans ce cas, d'une infection très discrète. La rate est extirpée à cet animal le 18 octobre 1930, soit 93 jours après la première inoculation et, bien que cette poule soit d'une extrême maigreur, les suites opératoires sont excellentes. La rate pèse $1^{g},470$, ce qui est normal pour un poids total de 980^{g}.

Les parasites apparaissent le 11[e] jour et l'on note une hématie parasitée tous les 10 champs le 15[e] jour, tous les 5 champs le 16[e]; 10 par champ le 17[e], 110 le 18[e] (80 pour 100 d'hématies parasitées), 100 le 19[e] (85 pour 100), 50 pour 100 le 20[e], 15 pour 100 le 21[e], 6 pour 100 le 22[e] et 10 pour 100 le 23[e]. L'animal, qui était resté près de 3 jours sans manger, se rétablit progressivement.

Que conclure de ces expériences? Nous voyons que deux animaux sur deux, en état d'infection latente, ont présenté une forte rechute parasitaire à la suite de la splénectomie. Ces faits permettent d'affirmer que si la rate exerce une action protectrice très nette dans les infections à *Ægyptianella*, son rôle n'est cependant pas indispensable, puisque les deux animaux opérés ont résisté victorieusement à leur infection de rechute, ce qui est dû à l'action vicariante d'autres tissus de l'organisme.

MÉDECINE. — *Effets biologiques des champs oscillants à ondes courtes sur les êtres vivants.* Note [1] de M. S. Jellinek, présentée par M. d'Arsonval. (Extrait.)

C'est d'Arsonval qui le premier, en 1893, nous fit connaître les effets de l'*Électrisation à distance* sur les êtres vivants [2].

Dans ce but il imagina de faire passer des courants de haute fréquence dans un solénoïde à l'intérieur duquel il plaçait, *sans contact*, des sujets variés : animaux, microbes, toxines, venins, etc.

Ses divers procédés d'électrisation : auto-conduction, condensation, passage direct, donnèrent rapidement naissance à une thérapeutique nouvelle, appliquée dès le début à Vienne par mon compatriote le professeur Moritz Benedikt. En 1899, ce dernier proposa de désigner l'ensemble de ces procédés sous le nom de *d'Arsonvalisation*, adopté depuis partout, et peut-être plus encore à l'étranger qu'en France. *Wiener Medicinische Wochenschrift*, n° 5, 1899, p. 54.

Dans ses dispositifs classiques, d'Arsonval utilisait des *ondes amorties* de 500 à 100^{m} de longueur.

Depuis l'invention récente des oscillateurs à lampes à ondes courtes

(1) Séance du 10 novembre 1930.

(2) *Comptes rendus*, 116, 1893, p. 630, et 117, 1893, p. 34.

divers auteurs ont repris cette étude avec les *ondes entretenues* de la T. S. F. qui n'existait pas encore quand d'Arsonval publia ses expériences fondamentales.

Je citerai par ordre de date :

1° En 1924, en France, M. Lakhovsky et ses collaborateurs;

2° En 1926, en Amérique, M. Schereschewsky;

3° Actuellement en Allemagne, à l'Université d'Iéna, le Dr Schliephake avec l'appareil du professeur Esau.

Schliephake attribue les remarquables effets observés surtout à *la chaleur* dégagée dans les tissus par le passage des ondes électriques.

Partant des expériences anciennes de d'Arsonval ainsi que de mes propres observations électropathologiques je ne crois pas que l'effet thermique soit la cause *dominante* des phénomènes observés. *Les effets thermiques de la haute fréquence bien qu'étant les plus apparents sont peut-être à mon avis les moins riches de conséquences*, n'a cessé de dire d'Arsonval depuis 1893. Ses expériences, sur l'atténuation des microbes, des toxines et des venins (avec Charrin) justifiaient, semble-t-il, cette opinion.

C'est pourquoi j'ai institué les présentes recherches, avec *les ondes courtes entretenues*, en supprimant, le plus possible, leurs effets calorifiques.

Le dispositif que j'ai employé est analogue à celui de MM. Esau-Schliephake, à Iéna. Mes expériences ont eu lieu à la station Radio-Austria de Deutsch-Altenburg avec l'aide dévoué du Dr Högelsberger et de l'ingénieur Benesch.

Les sujets étaient placés entre les armatures du condensateur; le courant était de 0,4 à 0,5 ampère (entre armatures), la longueur d'onde de 3^m; l'énergie du champ 4 watts. J'ai expérimenté sur des souris *nouvellement nées*, à peau complètement nue, et soumises au champ oscillant dans d'étroites cases en papier ouvertes du haut.

Les souris furent exposées en deux séries de cinq sujets chaque et de cinq témoins de la même portée. Elles étaient placées dans le champ oscillant pendant 1 heure, quatre fois en 24 heures, durant 1 à 3 semaines.

Les deux séries donnèrent sensiblement les mêmes résultats, savoir :

1° Aussitôt placées dans le champ, les souris sont *frappées d'immobilité*, avec, de temps en temps, quelques trémulations légères des extrémités postérieures.

2° Dès la première semaine d'exposition augmentation de poids, les animaux sont *mieux développés*, leur pelage est *plus épais* et *plus blanc* que chez les témoins.

J'ai répété les mêmes expériences en deux séries sur des œufs de Perro-

quet (*Melopsittacus*), en les laissant constamment dans le champ de haute fréquence.

Les œufs de la première série (cinq) étaient *précouvés* et exposés dans une boîte de papier ouverte et entourés de sciure de bois.

Ceux de la deuxième série (cinq) *non précouvés*, enveloppés légèrement d'ouatelline, furent retournés 2 fois par jour et humectés comme il est d'usage dans les couveuses alors que ceux de la première série étaient immobiles et non humectés. Un thermomètre à alcool placé dans le champ électrique au-dessus de la boîte indiqua constamment 24° C. Au 13e jour. les employés ayant cru entendre un léger pépiement, j'ouvris les œufs de la première série, je trouvai sur l'un d'eux des traces de coup de bec et un oiseau clairement développé, mais mort avec symptômes de dessiccation sans signes de décomposition. De même pour deux autres. Ce qui me produisit une grande impression fut de trouver dans le dernier œuf un oiseau *complètement développé*, mort il est vrai, mais d'une fraîcheur absolue. En ouvrant la coquille j'avais blessé le corps et des taches de sang frais et rouge couvraient les parois intérieures de l'œuf.

Les œufs de la deuxième série, autrement traités, et non précouvés, montrèrent des symptômes de germination, mais n'arrivèrent pas à maturité pour ces diverses causes.

En résumé, mes expériences diffèrent de celles exécutées à Iéna en ce qu'elles ne montrent aucun effet *mortel*, pas même *nocif*, mais au contraire une action particulièrement *activante* des ondes ultra-courtes sur des êtres vivants.

Des œufs *non précouvés* arrivent à *germination*, des œufs *précouvés* arrivent au bout de 15 jours *à complète maturité* dans un champ électrique faible à 24° C.

Il me semble que ces résultats, en apparence contradictoires, peuvent s'expliquer, conformément aux idées de d'Arsonval, par ce fait que, tout en employant les mêmes ondes que les expérimentateurs d'Iéna, j'ai évité d'une part l'élévation de température, et appliqué, d'autre part, une densité de courant biologiquement favorable. Tous les thérapeutes savent le rôle capital que joue le *dosage*. En médecine, il y a là un nouveau champ qui s'ouvre aux recherches biologiques.

A 15h45m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h30m.

E. P.